

$$y = \frac{x^2 + 3x + 2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$$

	1	2	-1	-2		1	3	2
1		1	3	2	-2		-2	-2
	1	3	2	0		1	1	0
-1		-1	-2					
	1	2	0					
-2		-2						
	1	0						

Dom $y = \mathcal{R} \sim \{-2, -1, 1\}$

Clasifiquemos las discontinuidades,

$x = -2$,

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^3 + 2x^2 - x - 2} = \left(\frac{0}{0} \right) = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(x+1)}{(x-1)(x+1)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{1}{x-1} = \frac{1}{-3} = \frac{-1}{3}$$

En $x = -2$ hay una discontinuidad evitable.

$x = -1$,

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^3 + 2x^2 - x - 2} = \left(\frac{0}{0} \right) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+2)(x+1)}{(x-1)(x+1)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{x-1} = \frac{1}{-2} = \frac{-1}{2}$$

En $x = -1$ hay una discontinuidad evitable.

$x = 1$,

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^3 + 2x^2 - x - 2} = \frac{6}{0} = \infty$$

En $x = 1$ hay una discontinuidad de salto infinito.

Solución: la función es continua en $\mathcal{R} \sim \{-2, -1, 1\}$ y en $x = -2$ y $x = -1$ hay una discontinuidad evitable y en $x = 1$ hay una discontinuidad de salto infinito.

Estudia la continuidad de la siguiente función,

$$y = \frac{x^3 + 6x^2 - 32}{x^4 + 2x^3 - 8x^2}$$

$$x^4 + 2x^3 - 8x^2 = 0; \quad x^2(x^2 + 2x - 8) = 0 \begin{cases} x^2 = 0; & x = 0 \\ x^2 + 2x - 8 = 0; & x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 32}}{2} = \begin{cases} x = 2 \\ x = -4 \end{cases} \end{cases}$$

$$\text{Dom } y = \mathbb{R} - \{-4, 2, 0\}$$

Clasifiquemos las discontinuidades,

$$x = -4,$$

$$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^3 + 6x^2 - 32}{x^4 + 2x^3 - 8x^2} = \left(\frac{0}{0} \right) = \lim_{x \rightarrow -4} \frac{(x+4)(x^2 + 2x - 8)}{x^2(x-2)(x+4)} = \lim_{x \rightarrow -4} \frac{(x^2 + 2x - 8)}{x^2(x-2)} = \frac{0}{-96} = 0$$

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 6 & 0 & -32 \\ -4 & & -4 & -8 & 32 \\ \hline & 1 & 2 & -8 & 0 \end{array}$$

En $x = -4$ hay una discontinuidad evitable.

$$x = 2,$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 6x^2 - 32}{x^4 + 2x^3 - 8x^2} = \left(\frac{0}{0} \right) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x^2 + 8x + 16)}{x^2(x-2)(x+4)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 8x + 16}{x^2(x+4)} = \frac{36}{24}$$

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 6 & 0 & -32 \\ 2 & & 2 & 16 & 32 \\ \hline & 1 & 8 & 16 & 0 \end{array}$$

En $x = 2$ hay una discontinuidad evitable.

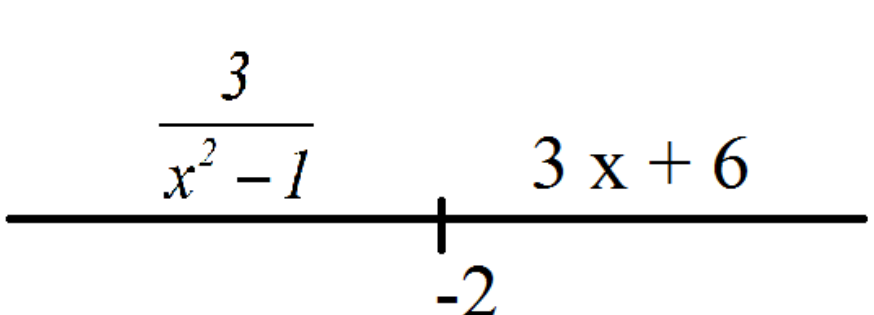
$$x = 0,$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 6x^2 - 32}{x^4 + 2x^3 - 8x^2} = \frac{-32}{0} = \infty$$

En $x = 0$ hay una discontinuidad de salto infinito.

Solución: la función es continua en $\mathbb{R} \setminus \{-4, 2, 0\}$ y en $x = -4$ y $x = 2$ hay una discontinuidad evitable y en $x = 0$ hay una discontinuidad de salto infinito.

Estudiar la continuidad de:

$y = \begin{cases} \frac{3}{x^2 - 1} & \text{si } x < -2 \\ 3x + 6 & \text{si } x \geq -2 \end{cases}$	 <p style="text-align: center;">$\frac{3}{x^2 - 1}$ $3x + 6$</p> <p style="text-align: center;"> </p> <p style="text-align: center;">-2</p>
--	--

Para $x < -2$, la función es un cociente, veamos las raíces del denominador

$x^2 - 1 = 0$; $x^2 = 1$; $x = \pm 1$, como $\{-1, 1\}$ no está en $x < -2$, el denominador no se anula por lo que la función es continua.

Para $x > -2$, la función es $3x + 6$ que es continua.

Para $x = -2$,

$$1) \lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{3}{x^2 - 1} = \frac{3}{3} = 1 \\ \lim_{x \rightarrow -2} (3x + 6) = 0 \end{cases} \quad \text{no existe el límite}$$

En $x = -2$ la función tiene una discontinuidad de salto finito.

La función es continua en $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ y en $x = -2$ tiene una discontinuidad de salto finito.