

Cálculo de áreas mediante integrales definidas.

Es conveniente realizar una representación gráfica aproximada de la función.

Ejemplos,

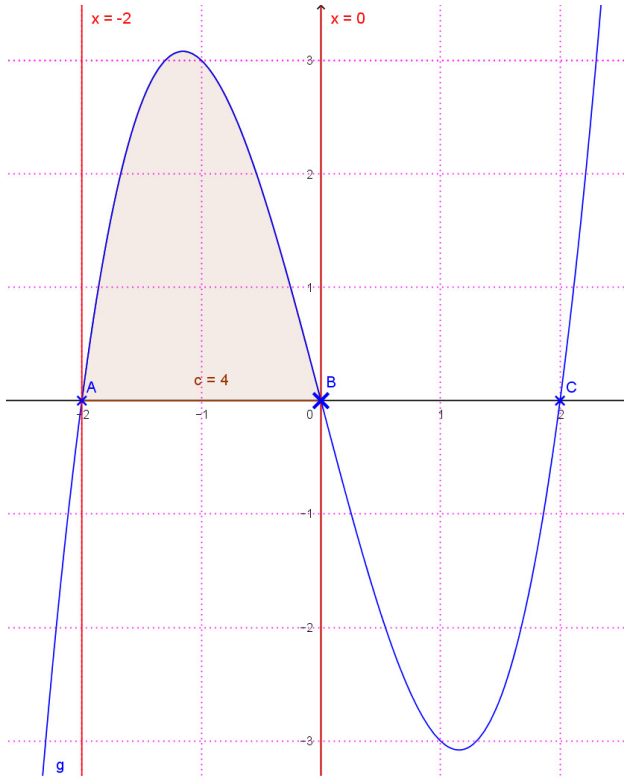
Área limitada por la función $y = x^3 - 4x$, el eje de abscisas y las rectas $x = -2$ y $x = 0$

Para representarla busquemos,

Corte eje OX, $y = 0 \rightarrow x^3 - 4x = 0; x(x^2 - 4) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 4 = 0; x^2 = 4; x = \pm\sqrt{4} = \pm 2 \end{cases}$

Corte eje OY, $x = 0 \rightarrow y = 0^3 - 4 \cdot 0 = 0$

Otro punto: $x = 1 \rightarrow y = 1^3 - 4 \cdot 1 = -3$



$$\int_{-2}^0 (x^3 - 4x) dx = \left[\frac{x^4}{4} - \frac{4x^2}{2} \right]_{-2}^0 =$$

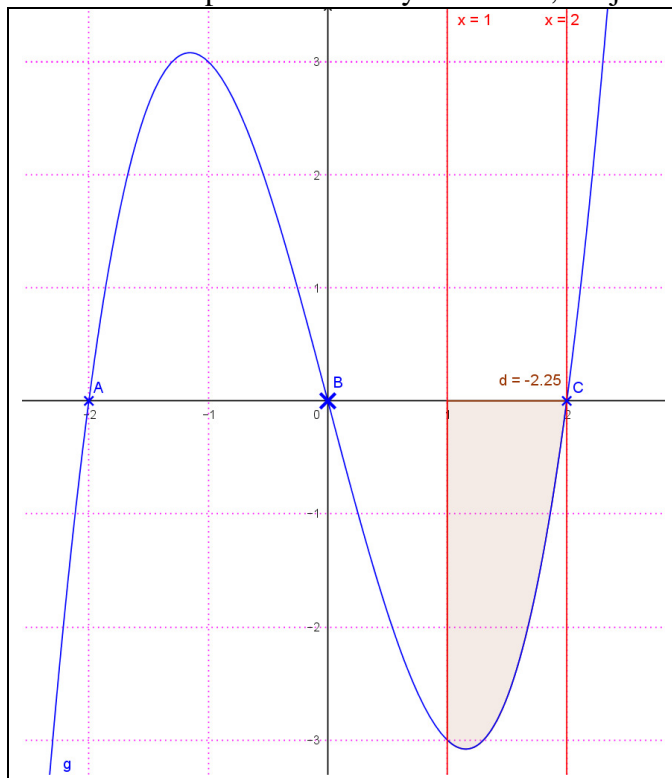
$$= \left(\frac{0^4}{4} - \frac{4 \cdot 0^2}{2} \right) - \left(\frac{(-2)^4}{4} - \frac{4 \cdot (-2)^2}{2} \right) =$$

$$= -(-4) = 4$$

Área = $4 u^2$

WWW.SCIENCEADAPTEDES

Área limitada por la función $y = x^3 - 4x$, el eje de abscisas y las rectas $x = 1$ y $x = 2$

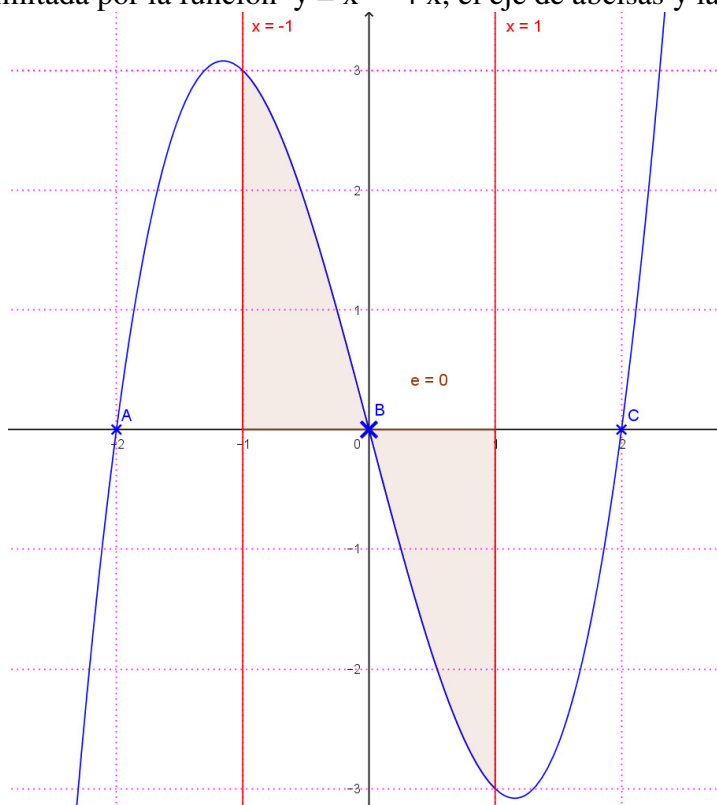


$$\int_1^2 (x^3 - 4x) dx = \left[\frac{x^4}{4} - \frac{4x^2}{2} \right]_1^2 =$$
$$= \left(\frac{2^4}{4} - \frac{4 \cdot 2^2}{2} \right) - \left(\frac{1^4}{4} - \frac{4 \cdot 1^2}{2} \right) = \frac{-9}{4}$$

$$\text{Área} = \frac{9}{4} u^2$$

www.segundoperez.es

Área limitada por la función $y = x^3 - 4x$, el eje de abscisas y las rectas $x = -1$ y $x = 1$



$$\int_{-1}^0 (x^3 - 4x) dx = \left[\frac{x^4}{4} - \frac{4x^2}{2} \right]_{-1}^0 = \left(\frac{0^4}{4} - \frac{4 \cdot 0^2}{2} \right) - \left(\frac{(-1)^4}{4} - \frac{4 \cdot (-1)^2}{2} \right) = \frac{7}{4}$$

$$\int_0^1 (x^3 - 4x) dx = \left[\frac{x^4}{4} - \frac{4x^2}{2} \right]_0^1 = \left(\frac{1^4}{4} - \frac{4 \cdot 1^2}{2} \right) - \left(\frac{0^4}{4} - \frac{4 \cdot 0^2}{2} \right) = -\frac{7}{4}$$

$$\text{Área} = \left(\frac{7}{4} + \frac{7}{4} \right) u^2 = 3,5 u^2$$