Pág 309 1 b

Representar $y = 3x^4 + 4x^3 - 36x^2$

a) Dom $y = \mathbb{R}$

b) Puntos de corte con ejes coordenados

$x = 0 \rightarrow y = 0 \rightarrow (0,0)$

$y = 0 \rightarrow 3x^4 + 4x^3 - 36x^2 = 0 \Rightarrow x^2(3x^2 + 4x - 36) = 0$

$\left\langle \begin{array}{l} \underline{\underline{x^2 = 0}} \rightarrow x = 0 \rightarrow (0,0) \ \underline{\underline{\text{raiz doble}}} \\ 3x^2 + 4x - 36 = 0 \Rightarrow x = \dfrac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-36)}}{2 \cdot 3} = \dfrac{-4 \pm 8\sqrt{7}}{6} = \end{array} \right.$

$= \left\langle \begin{array}{l} x_1 = \dfrac{-4+8\sqrt{7}}{6} = \dfrac{-2+4\sqrt{7}}{3} \simeq 2'86 \Rightarrow (2'86,\ 0) \\ x_2 = \dfrac{-4-8\sqrt{7}}{6} = \dfrac{-2-4\sqrt{7}}{3} \simeq -4'19 \rightarrow (-4'19, 0) \end{array} \right.$

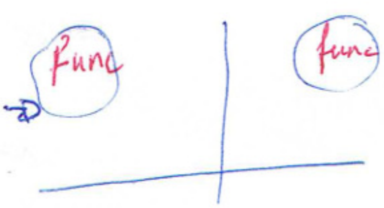
c) Asíntotas

Es función polinómica, no tiene asíntotas.

Estudiamos la posición de la curva en $-\infty$ y $+\infty$ (ramas parabólicas)

$\lim_{x \to -\infty} (3x^4 + 4x^3 - 36x^2) = \lim_{x \to -\infty} (3x^4) = +\infty$

$\lim_{x \to +\infty} (3x^4 + 4x^3 - 36x^2 = \lim_{x \to -\infty} (3x^4) = +\infty$

$\Rightarrow$ 

d) $y' = 12x^3 + 12x^2 - 72x$

$y'' = 36x^2 + 24x - 72$

e) Signo de y'

$12x^3 + 12x^2 - 72x = 0 \Rightarrow 12x(x^2 + x - 6) = 0 \left\langle \begin{array}{l} 12x = 0 \rightarrow x = 0 \\ x^2 + x - 6 = 0 \end{array} \right.$

$x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2 \cdot 1} = \dfrac{-1 \pm 5}{2} = \left\langle \begin{array}{l} 2 \\ -3 \end{array} \right.$

−	+	−	+
	−3	0	2

Como es polinomio de 3° grado con tres raíces distintas, el signo de y' va alternando

$x = 1 \rightarrow y' = 12 \cdot 1^3 + 12 \cdot 1^2 - 72 \cdot 1 = < 0$

309, 1b)

Por lo que

Creciente $(-3,0) \cup (2,+\infty)$

Decreciente $(-\infty,-3) \cup (0,2)$

Para $x=-3$, $y = 3(-3)^4 + 4(-3)^3 - 36(-3)^2 = -189$

en $(-3,-189)$ mínimo

Para $x = 0 \rightarrow y = 0 \rightarrow$ en $(0,0)$ máximo

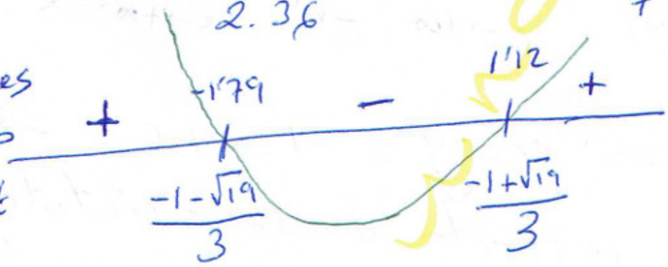
Para $x = 2 \rightarrow y = 3 \cdot 2^4 + 4 \cdot 2^3 - 36 \cdot 2^2 = -64$, $(2,-64)$ mínimo.

f) Signo de y''

$36x^2 + 24x - 72 = 0$

$$x = \frac{-24 \pm \sqrt{24^2 - 4 \cdot 36 \cdot (-72)}}{2 \cdot 36} = \frac{-24 \pm 24\sqrt{19}}{72} = \frac{-1 \pm \sqrt{19}}{3} = \begin{cases} 1'12 \\ -1'79 \end{cases}$$

Como y'' es poli 2º grado coef x^2 posit



Cóncava $\left(-\infty, \frac{-1-\sqrt{19}}{3}\right) \cup \left(\frac{-1+\sqrt{19}}{3}, +\infty\right)$

Convexa $\left(\frac{-1-\sqrt{19}}{3}, \frac{-1+\sqrt{19}}{3}\right)$

Calcular los puntos de inflexión sería largo e irrelevante

g) Representemos