Pág 314 (12)

1.d) $y = \ln(x^2-1)$

a) $\text{Dom } y = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

$x^2 - 1 > 0$

$x^2 - 1 = 0 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1$

b) Puntos de corte con los ejes $(-\sqrt{2}, 0)$ y $(\sqrt{2}, 0)$

$x = 0 \notin \text{Dom } y$

$y = 0 \rightarrow \ln(x^2-1) = 0 \Rightarrow x^2 - 1 = 1 \rightarrow x^2 = 2 \rightarrow x = \pm\sqrt{2} \in \text{Dom } y$

c) Asíntotas

asíntotas verticales (la función no existe a la derecha de -1 o a la izquierda de 1)

$\lim\limits_{x \to -1^-} \ln(x^2-1) = \ln 0 = -\infty \Rightarrow x = -1$ es a.v. por la izq

$\lim\limits_{x \to 1^+} \ln(x^2-1) = \ln 0 = -\infty \Rightarrow x = 1$ es a.v por la der.

asíntota horizontal

$\lim\limits_{x \to +\infty} \ln(x^2-1) = \ln(+\infty) = +\infty$ No hay a.h

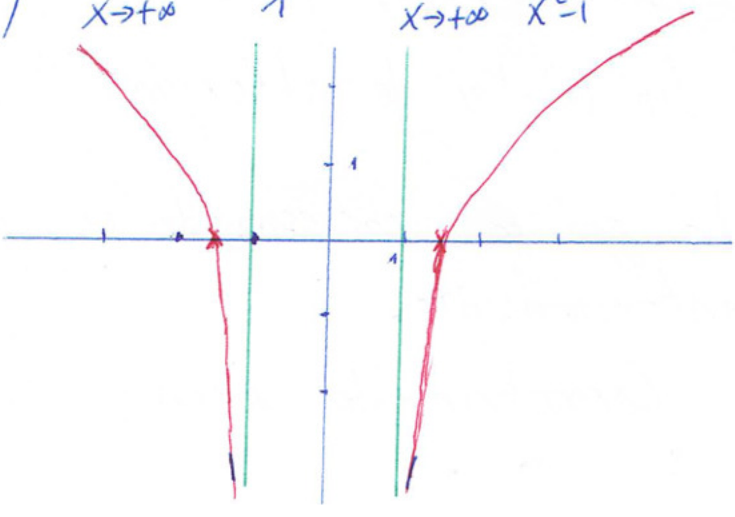
$\lim\limits_{x \to -\infty} \ln(x^2-1) = \ln(+\infty) = +\infty$ Tenemos ramas parabólicas

asíntota oblicua

$$m = \lim_{x \to +\infty} \frac{\ln(x^2-1)}{x} = \left(\frac{\infty}{\infty}\right) \overset{L'H\hat{o}p}{=} \lim_{x \to +\infty} \frac{\frac{2x}{x^2-1}}{1} = \lim_{x \to +\infty} \frac{2x}{x^2-1} = 0$$

No hay a.o.

A partir de lo calculado, de forma aproximada será:



d) $y' = \dfrac{2x}{x^2-1}$

$y'' = \dfrac{2(x^2-1) - 2x \cdot 2x}{(x^2-1)^2} = \dfrac{2x^2-2-4x^2}{(x^2-1)^2} = \dfrac{-2x^2-2}{(x^2-1)^2}$

e) Monotonía
signo de y'

$2x = 0 \rightarrow x = 0$

$x^2-1=0 \rightarrow x^2=1 \rightarrow x = \pm 1$

num

deno

$-$ $\quad$ -1 $\quad$ 0 $\quad$ 1 $\quad$ $+$

Mediante tabla de valores

x	y'
-2	$\dfrac{2(-2)}{(-2)^2-1} = -$
2	$\dfrac{2 \cdot 2}{2^2-1} = +$

Decreciente $(-\infty,-1)$

Creciente $(1,+\infty)$

No hay ni máximos ni mínimos

f) Curvatura
Signo de y''

$-2x^2-2=0 \rightarrow 2x^2+2=0 \rightarrow 2x^2=-2$ sin sol

$(x^2-1)^2=0 \rightarrow x^2-1=0 \rightarrow x=\pm 1$

$-$ $\quad$ -1 $\quad$ 1 $\quad$ $-$

x	y''
-2	$\dfrac{-2(-2)^2-2}{((-2)^2-1)^2} = -$
2	$\dfrac{-2 \cdot 2^2-2}{(2^2-1)^2} = -$

Convexa $(-\infty,-1) \cup (1,+\infty)$ $\cap$

Sin puntos de inflexión.

La gráfica corresponde con la aproximación realizada anteriormente.

Correctamente sería: