

$$15/ \quad g(x) = \begin{cases} x^2 + 7x - 4, & x < 2 \\ 2x^2 + 3x, & x \geq 2 \end{cases}$$

a) ¿Es derivable en  $\mathbb{R}$ ?

$$\begin{array}{c|c} x^2 + 7x - 4 & 2x^2 + 3x \\ \hline \text{polinomio} & \text{polinomio} \\ \text{derivable} & \text{derivable} \end{array}$$

A la izquierda y derecha de  $x=2$   $g(x)$  es un polinomio, luego derivable

El problema para derivabilidad está en  $x=2$

$$g'(x) = \begin{cases} 2x + 7, & x < 2 \\ 4x + 3, & x > 2 \end{cases} \rightarrow g'(2) = \begin{cases} g'(2^-) = 2 \cdot 2 + 7 = 11 \\ g'(2^+) = 4 \cdot 2 + 3 = 11 \end{cases}$$

$\rightarrow g'(2) = 11$ , luego  $g(x)$  es derivable en  $x=2$

Por tanto,  $g(x)$  es derivable en  $\mathbb{R}$

b) Intervalos de crecimiento y decrecimiento (Monotonía)

$$g'(x) = \begin{cases} 2x + 7, & x < 2 \\ 4x + 3, & x \geq 2 \end{cases} \quad \text{estudiamos el signo de } g'(x)$$

En  $x < 2$ ,

$$2x + 7 > 0 \rightarrow 2x > -7 \rightarrow x > \frac{-7}{2} = -3.5$$

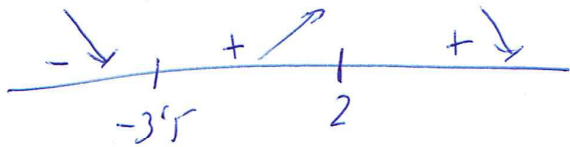
En  $x \geq 2$ ,

$$4x + 3 > 0 \rightarrow 4x > -3 \rightarrow x > \frac{-3}{4}$$

$\rightarrow$  signo de  $g'(x) \equiv$

$g(x)$  es creciente en  $(-3.5, 2) \cup (2, +\infty)$  y decreciente en  $(-\infty, -3.5)$

De lo obtenido anteriormente



$g(x)$  tiene un mínimo en  $x = -3.5$

Para  $x = -3.5 \rightarrow g(-3.5) = (-3.5)^2 + 7(-3.5) - 4 = -16.25$

$g(x)$  tiene un mínimo en  $(-3.5, -16.25)$  y no tiene máximos

16/  $f(x) = x|x| = \begin{cases} x \cdot (-x), & x \leq 0 \\ x \cdot x, & x > 0 \end{cases} = \begin{cases} -x^2, & x \leq 0 \\ x^2, & x > 0 \end{cases}$

$f(x) = \begin{matrix} -x^2 & | & x^2 \\ \text{polin} & & \text{pol} \\ \text{deriv} & & \text{deriv} \end{matrix}$ , debemos comprobar que sea derivable

en  $x=0 \rightarrow f'(x) = \begin{cases} -2x, & x < 0 \\ 2x, & x > 0 \end{cases} \cdot f'(0) = \begin{cases} f'(0^-) = -2 \cdot 0 = 0 \\ f'(0^+) = 2 \cdot 0 = 0 \end{cases}$

$\rightarrow f'(0) = 0$ . Luego  $f(x)$  es derivable en  $\mathbb{R}$ .

$f'(x) = \begin{cases} -2x, & x \leq 0 \\ 2x, & x > 0 \end{cases}$

Monotonía

En  $x \leq 0$ ,  $-2x > 0 \rightarrow x < 0 \Rightarrow$  signo de  $f'$   $\frac{+}{0}$

En  $x > 0$ ,  $2x > 0 \rightarrow x > 0$

Luego  $f(x)$  es creciente en  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ . Por tanto no tiene ni máximos ni mínimos.

Curvatura (concavidad / convexidad) signo de  $f''$

$f''(x) = \begin{cases} -2, & x < 0 \\ 2, & x > 0 \end{cases} \rightarrow \frac{\wedge}{0} \quad \begin{matrix} \text{Convexa en } (-\infty, 0) \\ \text{Cóncava en } (0, +\infty) \end{matrix}$