17/ Para facilitar la escritura, en lugar de $f(x)$ usamos y.

$y = 1 + \frac{a}{x} + \frac{6}{x^2}$, $a \in \mathbb{R}$ / y tiene extremo relativo en $x=3$.

Si la función tiene un extremo relat (máx o min) en $x=3 \rightarrow$

$\rightarrow y'_{x=3} = 0$. / $y = 1 + a x^{-1} + 6 x^{-2} \rightarrow y' = a(-1) \cdot x^{-2} + 6 \cdot (-2) x^{-3}$

$y' = \frac{-a}{x^2} - \frac{12}{x^3}$; para $x=3$ · $\frac{-a}{3^2} - \frac{12}{3^3} = 0$

$\frac{-3a-12}{3^3} = 0 \rightarrow -3a - 12 = 0$; $-3a = 12 \rightarrow a = -4$

Para que $f(x)$ tenga un extremo relativo en $x=3$, $a=-4$.

Veamos si es máximo o mínimo

$y'' = \frac{2a}{x^3} + \frac{36}{x^4} \xrightarrow{a=-4} y'' = \frac{-8}{x^3} + \frac{36}{x^4}$

$y''_{x=3} = \frac{-8}{3^3} + \frac{36}{3^4} = \frac{4}{27} > 0$ En $x=3$ hay un mínimo

También podríamos determinar si es máximo o mínimo estudiando el signo de y'

$y' = \frac{4}{x^2} - \frac{12}{x^3} = \frac{4x-12}{x^3}$

x	y'
2	$\frac{4 \cdot 2 - 12}{2^3} = -$
4	$\frac{4 \cdot 4 - 12}{4^3} = +$

y': $-$ ↘ | 3 ↗ $+$ $\rightarrow$ En $x=3$ hay un mínimo.