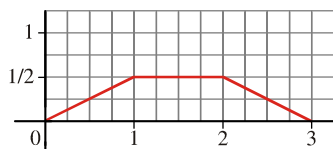


Ejercicio nº 1.-

La demanda diaria de un cierto producto es una variable continua x (medida en toneladas) cuya función de probabilidad es la siguiente:



Calcula la probabilidad de que la demanda diaria de este producto sea:

- Superior a 2 toneladas.
- Esté entre 1,5 y 2,5 toneladas.

Solución:

- El área total bajo la curva es:

$$\frac{1}{2} \cdot 1 + 1 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \text{ u}^2$$

- Para $x > 2$, tenemos un triángulo de base 1 y altura $\frac{1}{2}$. Su área es:

$$\text{Área} = \frac{1 \cdot \frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{4} \text{ u}^2$$

Por tanto:

$$p[x > 2] = \frac{\frac{1}{4}}{1} = \frac{1}{4}$$

- Entre 1,5 y 2 tenemos un cuadrado de lado $\frac{1}{2}$:

$$\text{Área} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \text{ u}^2$$

- Entre 2 y 2,5 tenemos un trapecio de bases $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$ y altura $\frac{1}{2}$:

$$\text{Área} = \frac{\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{1}{2}}{2} = \frac{3}{16} \text{ u}^2$$

- Entre 1,5 y 2,5 el área es:

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{16} = \frac{7}{16} \text{ u}^2$$

- Por tanto:

$$p[1,5 < x < 2,5] = \frac{7/16}{1} = \frac{7}{16}$$

Ejercicio nº 2.-

El consumo de gasolina de un coche (en litros/100 km) sigue una distribución $N(8, 3)$. Calcula la probabilidad de que el consumo a los 100 km:

- Sea menor que 8 litros.
- Esté entre 5 litros y 11 litros.
- Esté entre 2 litros y 14 litros.

Solución:

Llamando X = consumo de gasolina, sabemos que $X = N(8, 3)$.

$$a) p(X < 8) = p\left(\frac{X-8}{3} < \frac{8-8}{3}\right) = p(z < 0) = 0,5$$

$$b) p(5 < X < 11) = p\left(\frac{5-8}{3} < \frac{X-8}{3} < \frac{11-8}{3}\right) = p(-1 < z < 1) = p(z < 1) - p(z < -1) =$$

calculamos las probabilidades indicadas:

$$p(z < 1) = 0'8413$$

$$p(z < -1) = p(z > 1) = 1 - p(z \leq 1) = 1 - 0'8413 = 0'1587$$

$$= 0'8413 - 0'1587 = 0'6826$$

$$c) p(2 < X < 14) = p\left(\frac{2-8}{3} < \frac{X-8}{3} < \frac{14-8}{3}\right) = p(-2 < z < 2) = p(z < 2) - p(z < -2) =$$

calculamos las probabilidades indicadas:

$$p(z < 2) = 0'9772$$

$$p(z < -2) = p(z > 2) = 1 - p(z \leq 2) = 1 - 0'9772 = 0'0228$$

$$= 0'9772 - 0'0228 = 0'9544$$

Ejercicio nº 3.-

En una distribución $N(0, 1)$, calcula:

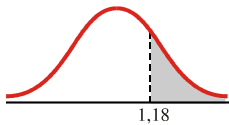
a) $p[z > 1,18]$

b) $p[z < -2,1]$

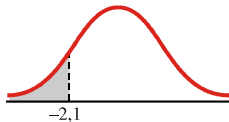
c) $p[-0,71 < z < 1,23]$

Solución:

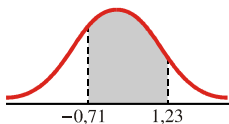
a) $p[z > 1,18] = 1 - p[z < 1,18] = 1 - 0,8810 = 0,1190$



b) $p[z < -2,1] = p[z > 2,1] = 1 - p[z \leq 2,1] = 1 - 0,9821 = 0,0179$



c) $p[-0,71 < z < 1,23] = p[z < 1,23] - p[z < -0,71] = p[z < 1,23] - p[z > 0,71] =$
 $= p[z < 1,23] - (1 - p[z \leq 0,71]) = 0,8907 - (1 - 0,7612) = 0,6519$



Ejercicio nº 4.-

Las ventas diarias, en euros, en un determinado comercio siguen una distribución $N(950, 200)$. Calcula la probabilidad de que las ventas diarias en ese comercio:

a) Superen los 1200 euros.

b) Estén entre 750 y 1000 euros.

Solución:

a) $p[x > 1200] = p\left[\frac{x - 950}{200} > \frac{1200 - 950}{200}\right] = p[z > 1,25] =$
 $= 1 - p[z \leq 1,25] = 1 - 0,8944 = 0,1056$

b) $p[750 < x < 1000] = p\left[\frac{750 - 950}{200} < \frac{x - 950}{200} < \frac{1000 - 950}{200}\right] =$
 $= p[-1 < z < 0,25] = p[z < 0,25] - p[z < -1] =$

$$= p[z < 0,25] - p[z > 1] = p[z < 0,25] - (1 - p[z \leq 1]) =$$

$$= 0,5987 - (1 - 0,8413) = 0,44$$

Ejercicio nº 5.-

En una distribución $N(0, 1)$, halla el valor de k en cada caso:

- a) $p[z < k] = 0,9969$
 b) $p[-k < z < k] = 0,985$

Solución:

a) $\Phi(2,74) = 0,9969 \rightarrow k = 2,74$
 b) $p[-k < z < k] = 2(p[z < k] - 0,5) = 2(\Phi(k) - 0,5) = 0,985$
 $\Phi(k) - 0,5 = \frac{0,985}{2} \rightarrow \Phi(k) = 0,9925 \rightarrow k = 2,43$

Ejercicio nº 6.-

Lanzamos un dado 300 veces. ¿Cuál es la probabilidad de que obtengamos más de 70 unos?

Solución:

Si llamamos $x =$ "número de unos obtenidos", entonces x es una binomial con $n = 300$,

$p = \frac{1}{6}$, en la que tenemos que calcular $p[x > 70]$.

La calculamos aproximando con una normal:

La media de x es $np = 300 \cdot \frac{1}{6} = 50$ y su desviación típica es $\sqrt{npq} = 6,45$.

x es $B\left(300, \frac{1}{6}\right) \rightarrow x'$ es $N(50; 6,45) \rightarrow z$ es $N(0, 1)$

$$[x > 70] = p[x' \geq 70,5] = p\left[z \geq \frac{70,5 - 50}{6,45}\right] = p[z \geq 3,18] =$$

$$= 1 - p[z < 3,18] = 1 - 0,9993 = 0,0007 \rightarrow p[x > 70] = 0,0007$$

Ejercicio nº 7.-

Una cadena hotelera quiere ofrecer a un grupo de personas nuevos destinos turísticos. Para realizar la selección, tiene en cuenta dos factores: la edad y los ingresos mensuales.

Se selecciona aleatoriamente un grupo de personas cuyas edades e ingresos siguen unas distribuciones $N(44, 5)$ y $N(1900, 150)$, respectivamente.

- a) Calcula el porcentaje de personas cuya edad está comprendida entre 38 y 50 años.
 b) Halla el porcentaje de personas cuyos ingresos mensuales están entre 1675 y 2095 euros.
 c) Para la cadena hotelera, son adecuadas las personas que cumplan los requisitos dados en a), y b). ¿Qué porcentaje de ellas puede disfrutar de la oferta hotelera?

Solución:

a) Si llamamos $x =$ "edad de los seleccionados", entonces x sigue una distribución $N(44, 5)$.

$$p(38 \leq x \leq 50) = p\left(\frac{38 - 44}{5} \leq z \leq \frac{50 - 44}{5}\right) = p(-1,2 \leq z \leq 1,2) =$$

$$2p(z \leq 1,2) - 1 = 2 \cdot 0,8849 - 1 = 0,7698$$

El 76,98% de los seleccionados tiene una edad entre 38 y 50 años.

b) Si llamamos $y =$ "ingresos mensuales de los seleccionados", entonces y sigue una distribución $N(1900, 150)$.

$$p(1675 \leq y \leq 2095) = p\left(\frac{1675 - 1900}{150} \leq z' \leq \frac{2095 - 1900}{150}\right) = p(-1,5 \leq z' \leq 1,3) =$$

$$= p(z' \leq 1,3) - p(z' \leq -1,5) = p(z' \leq 1,3) - p(z' > 1,5) =$$

$$= p(z' \leq 1,3) - (1 - p(z' \leq 1,5)) = 0,9032 - 1 + 0,9332 = 0,8364$$

El 83,64% de los seleccionados tiene unos ingresos comprendidos entre 1 675 y 2 095 euros.

- c) Puesto que la edad y los ingresos son variables independientes, el porcentaje de personas que cumplirá los requisitos dados en a), y b), simultáneamente será:

$$p = 0,7698 \cdot 0,8364 = 0,6439$$

El 64,39% serán los seleccionados finalmente por la cadena hotelera.