

## OPCIÓN A

**Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas**

**Problema 2.** Una cadena de montaje está especializada en la producción de cierto modelo de motocicleta. Los costes de producción en euros,  $C(x)$ , están relacionados con el número de motocicletas fabricadas,  $x$ , mediante la siguiente expresión:

$$C(x) = 10x^2 + 2000x + 250000$$

Si el precio de venta de cada motocicleta es 8000 euros y se venden todas las motocicletas fabricadas, se pide:

- Definir la función de ingresos que obtiene la cadena de montaje en función de las ventas de las motocicletas producidas.
- ¿Cuál es la función que expresa los beneficios de la cadena de montaje?
- ¿Cuántas motocicletas debe fabricar para maximizar beneficios? ¿A cuánto ascenderán estos beneficios?

*Solución:*

a) La función,  $I(x)$ , que nos da los ingresos en función de las ventas de las motocicletas producidas la obtenemos considerando que se fabrican y se venden  $x$  motocicletas, cada una a 8000€,

$$I(x) = 8000x, \text{ siendo } x = \text{número de motocicletas fabricadas } (x \in \mathbb{N}).$$

b) La función que expresa los beneficios de la cadena de montaje,  $B(x)$ , la obtenemos restando a los ingresos los costes de producción,  $C(x)$ , es decir:

$$\begin{aligned} B(x) &= I(x) - C(x) = 8000x - (10x^2 + 2000x + 250000) = 8000x - 10x^2 - 2000x - 250000 = \\ &= -10x^2 + 6000x - 250000 \end{aligned}$$

$$\text{Solución: } B(x) = -10x^2 + 6000x - 250000$$

c) Busquemos el máximo de  $B(x)$ . Hay que considerar que  $x \in \mathbb{N}$ .

$$B'(x) = -20x + 6000$$

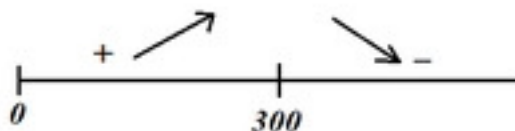
$$-20x + 6000 = 0, \quad -20x = -6000, \quad x = \frac{-6000}{-20} = 300$$

Estudiamos el signo de  $B'(x)$  a la izquierda y derecha de 300,

$$x = 100, \quad B'(100) = -20 \cdot 100 + 6000 = -2000 + 6000 = 4000 > 0$$

$$x = 400, \quad B'(400) = -20 \cdot 400 + 6000 = -8000 + 6000 = -2000 < 0$$

Por lo tanto:



Como a la izquierda de 300  $B(x)$  es creciente y a la derecha decreciente, en  $x = 300$   $B(x)$  alcanza su máximo absoluto.

$$\text{Para } x = 300, \quad B(300) = -10 \cdot 300^2 + 6000 \cdot 300 - 250000 = 650000$$

**Solución:** maximizará beneficios cuando fabrique 300 motocicletas y, en este caso, los beneficios ascenderán a 650000€.