

Problema 1. Un restaurante ofrece cada día desayunos, comidas y cenas. Los desayunos cuestan 4 euros, las comidas 8 y las cenas 10. El último sábado se sirvieron tantas comidas como desayunos y cena juntos. La recaudación total fue de 1116 euros. La recaudación obtenida con las comidas superó a la de las cenas en 156 euros.

- a) ¿Cuántos desayunos, comidas y cenas se sirvieron?
 b) ¿Qué beneficio se obtuvo si las ganancias de un desayuno son 2,50 euros, las de una comida 4 euros y las de una cena 5 euros?

Solución:

Llamando:

	<i>precio</i>
$x =$ número de desayunos servidos	4€
$y =$ número de comidas servidas	8€
$z =$ número de cenas servidas	10€

De la información del problema:

“se sirvieron tantas comidas como desayunos y cena juntos” $\rightarrow y = x + z \rightarrow x - y + z = 0$

“la recaudación total fue de 1116 €” $\rightarrow 4x + 8y + 10z = 1116 \rightarrow 2x + 4y + 5z = 558$

“La recaudación obtenida con las comidas superó a la de las cenas en 156 €” $\rightarrow 8y = 10z + 156 \rightarrow$
 $\rightarrow 8y - 10z = 156 \rightarrow 4y - 5z = 78$

El sistema a resolver es:
$$\begin{cases} x - y + z = 0 \\ 2x + 4y + 5z = 558 \\ 4y - 5z = 78 \end{cases}$$

Calculemos el determinante de la matriz de coeficientes:
$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & 5 \\ 0 & 4 & -5 \end{vmatrix} = -20 + 8 - 20 - 10 = -42 \neq 0$$

Por tanto el sistema es compatible y determinado. Lo resolvemos por Gauss.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 5 & 558 \\ 0 & 4 & -5 & 78 \end{array} \right) F_2 - 2 \cdot F_1 \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 6 & 3 & 558 \\ 0 & 4 & -5 & 78 \end{array} \right) F_3 / 3 \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 186 \\ 0 & 4 & -5 & 78 \end{array} \right) F_3 - 2 \cdot F_2 \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 186 \\ 0 & 0 & -7 & -294 \end{array} \right)$$

De $F_3 \rightarrow -7z = -294 \rightarrow z = \frac{-294}{-7} = 42$

De $F_2 \rightarrow 2y + z = 186 \rightarrow 2y + 42 = 186 \rightarrow 2y = 186 - 42 \rightarrow 2y = 144 \rightarrow y = \frac{144}{2} = 72$

De $F_1 \rightarrow x - y + z = 0 \rightarrow x - 72 + 42 = 0 \rightarrow x - 30 = 0 \rightarrow x = 30$

Contestemos los apartados,

a) Se sirvieron 32 desayunos, 72 comidas y 42 cenas.

b) El beneficio lo obtendremos calculando: $32 \cdot 2,5 + 72 \cdot 4 + 42 \cdot 5 = 578$

Se obtuvo un beneficio de 578 €.

$$A^t + B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \rightarrow \{\text{menores}\} \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \rightarrow \{\text{adjuntos}\} \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \rightarrow$$
$$\{\text{traspuesta}\} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{Luego, } (A^t + B)^{-1} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & -1/6 \\ -1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$$

$$\text{Solución: } (A^t + B)^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & -1/6 \\ -1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$$