

Problema 2. La evolución del precio de cierta acción, en euros, un día determinado siguió la función:

$$f(x) = 357 \frac{x+2}{x^2+21}, \quad x \in [0,8],$$

donde x representa el tiempo, en horas, transcurrido desde la apertura de la sesión. Se pide:

- Calcular el valor máximo que alcanzó la acción y en qué momento se alcanzó.
- Calcular el valor mínimo que alcanzó la acción y en qué momento se alcanzó.
- Una persona compró 20 acciones en el momento de la apertura ($x = 0$) y las vendió justo al cierre ($x = 8$). Determinar si obtuvo ganancias o pérdidas y la cuantía de estas.

Solución:

$$f(x) = 357 \frac{x+2}{x^2+21}, \quad x \in [0,8], \quad \begin{array}{l} x - \text{horas desde apertura} \\ f(x) - \text{euros} \end{array}$$

Por definición $\text{Dom } f(x) = [0, 8]$

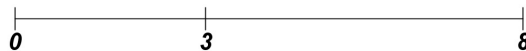
a) *Máximo.*

$$f'(x) = 357 \frac{1 \cdot (x^2+21) - (x+2) 2x}{(x^2+21)^2} = 357 \frac{x^2+21-2x^2-4x}{(x^2+21)^2} = 357 \frac{-x^2-4x+21}{(x^2+21)^2}$$

$$f'(x) = 0 \rightarrow 357 \frac{-x^2-4x+21}{(x^2+21)^2} = 0 \rightarrow -x^2-4x+21 = 0$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 21}}{2 \cdot (-1)} = \frac{4 \pm \sqrt{16+84}}{-2} = \frac{4 \pm \sqrt{100}}{-2} = \frac{4 \pm 10}{-2} = \begin{cases} x_1 = \frac{4+10}{-2} = \frac{14}{-2} = -7 \notin [0,8] \\ x_2 = \frac{4-10}{-2} = \frac{-6}{-2} = 3 \end{cases}$$

Debemos estudiar el signo de $f'(x)$ en los siguientes intervalos



$$x=1 \rightarrow f'(1) = \frac{-1^2-4 \cdot 1+21}{(1^2+21)^2} = 357 \cdot \frac{16}{22^2} > 0$$

$$x=4 \rightarrow f'(4) = \frac{-4^2-4 \cdot 4+21}{(4^2+21)^2} = 357 \cdot \frac{-16-16+21}{(16+21)^2} = 357 \cdot \frac{-11}{37^2} < 0$$



Por tanto, en $x = 3$ hay un máximo relativo y como a la izquierda del 3 la función es creciente y a la derecha decreciente es el máximo absoluto.

$$x=3 \rightarrow f(3) = 357 \cdot \frac{3+2}{3^2+21} = 357 \cdot \frac{5}{30} = 595$$

Por tanto, el precio de la acción alcanzó un valor máximo de 595 € al cabo de 3 horas de la apertura de la sesión.

b) *Mínimo.*

Según lo estudiado en el apartado anterior el mínimo se alcanzará para $x = 0$ o $x = 8$

$$x = 0 \rightarrow f(0) = 357 \cdot \frac{0+2}{0^2+21} = 357 \cdot \frac{2}{21} = 3'40$$

$$x = 8 \rightarrow f(0) = 357 \cdot \frac{8+2}{8^2+21} = 357 \cdot \frac{10}{85} = 4'20$$

Por tanto, el precio de la acción alcanzó un valor mínimo de 3'40 € y fue en el momento de la apertura de la sesión.

c) *Utilizando los cálculos del apartado anterior.*

Compra 20 acciones en el momento de la apertura, es decir, compra 20 acciones a 3'40 €/acción, entonces: coste = 20 . 3'40 = 68 €

Vende las 20 acciones a 4'20 €/acción, entonces: venta = 20 . 4'20 = 84

$$84 - 68 = 16$$

Obtuvo unas ganancias de 16€.