

**Problema 1.** Un estudiante obtuvo una calificación de 7,5 puntos en un examen de tres preguntas. En la tercera pregunta obtuvo un punto más que en la segunda y los puntos que consiguió en la primera pregunta quintuplicaron la diferencia entre la puntuación obtenida en la tercera y primera preguntas. ¿Cuál fue la puntuación obtenida en cada una de las preguntas?

*Solución:*

Llamando  $x =$  puntuación obtenida en la 1ª pregunta

$y =$  puntuación obtenida en la 2ª pregunta

$z =$  puntuación obtenida en la 3ª pregunta

De los datos del problema:

“Un estudiante obtuvo una calificación de 7,5 puntos”  $\rightarrow x + y + z = 7,5$

“En la 3ª pregunta obtuvo un punto más que en la 2ª”  $\rightarrow z = y + 1 \rightarrow y - z = -1$

“los puntos que consiguió en la 1ª quintuplicaron la diferencia entre la puntuación obtenida en la 3ª y 1ª”  
 $\rightarrow x = 5(z - x) \rightarrow x = 5z - 5x \rightarrow x + 5x - 5z = 0 \rightarrow 6x - 5z = 0$

El sistema a resolver es: 
$$\begin{cases} x + y + z = 7,5 \\ y - z = -1 \\ 6x - 5z = 0 \end{cases}$$

Este sistema podemos resolverlo por sustitución, despejando la  $y$  de la 2ª ecuación y la  $x$  de la 3ª.

$$\begin{cases} x + y + z = 7,5 \\ y - z = -1 & y = z - 1 \\ 6x - 5z = 0 & 6x = 5z \rightarrow x = \frac{5z}{6} \end{cases}$$

Sustituyendo en la 1ª ecuación:

$$\frac{5z}{6} + z - 1 + z = 7,5$$

$$\frac{5z}{6} + z + z = 7,5 + 1$$

$$\frac{5z + 6z + 6z}{6} = 8,5$$

$$17z = 6 \cdot 8,5$$

$$17z = 51$$

$$z = \frac{51}{17} = 3$$

$$y = 3 - 1 = 2$$

$$x = \frac{5 \cdot 3}{6} = \frac{15}{6} = 2,5$$

*Solución:*  $x = 2,5$ ,  $y = 2$ ,  $z = 3$

También podemos resolverlo por determinantes:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 6 & 0 & -5 \end{vmatrix} = -5 - 6 - 6 = -17 \neq 0, \text{ podemos resolverlo por Cramer.}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 75 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -5 \end{vmatrix}}{-17} = \frac{-5 \cdot 75 - 5}{-17} = \frac{-425}{-17} = 25$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 75 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 6 & 0 & -5 \end{vmatrix}}{-17} = \frac{5 - 6 \cdot 75 + 6}{-17} = \frac{-34}{-17} = 2$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 75 \\ 0 & - & -1 \\ 6 & 0 & 0 \end{vmatrix}}{-17} = \frac{-6 - 6 \cdot 75}{-17} = \frac{-51}{-17} = 3$$

Solución:  $x = 25$ ,  $y = 2$ ,  $z = 3$

**Solución:** en la primera pregunta obtuvo 25 puntos, en la segunda 2 puntos y en la tercera 3 puntos.