

Problema 2. Un millonario ha dejado en herencia todo su dinero a sus tres hijas. A la hija mayor le ha dejado 9 millones de euros más la mitad de la suma de lo que ha dejado a las otras dos. A la hija mediana le ha dejado la mitad de la suma de lo que ha dejado a las otras dos. A la hija pequeña le ha dejado el 35% de la suma de lo que ha dejado a las otras dos. ¿Cuánto dinero ha dejado el millonario a cada una de sus hijas?

(Planteamiento correcto 5 puntos-Resolución correcta 5 puntos)

Solución:

Llamando: $x =$ millones de euros dejados a la hija mayor
 $y =$ millones de euros dejados a la hija mediana
 $z =$ millones de euros dejados a la hija pequeña

Del enunciado del problema obtenemos:

“A la hija mayor le ha dejado 9 millones de euros más la mitad de la suma de lo que ha dejado a las otras dos”, $x = 9 + \frac{y+z}{2} \rightarrow 2x = 18 + y + z \rightarrow 2x - y - z = 18$

“A la hija mediana le ha dejado la mitad de la suma de lo que ha dejado a las otras dos”

$$y = \frac{x+z}{2} \rightarrow 2y = x+z \rightarrow x - 2y + z = 0$$

“A la hija pequeña le ha dejado el 35% de la suma de lo que ha dejado a las otras dos”

$$z = \frac{35}{100}(x+y) \rightarrow z = \frac{7}{20}(x+y) \rightarrow 20z = 7x + 7y \rightarrow 7x + 7y - 20z = 0$$

El sistema a resolver es:

$$\begin{cases} x - 2y + z = 0 \\ 2x - y - z = 18 \\ 7x + 7y - 20z = 0 \end{cases}$$

Lo resolveremos por Gauss.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & -1 & 18 \\ 7 & 7 & -20 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{F_2 - 2 \cdot F_1, F_3 - 7 \cdot F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & -3 & 18 \\ 0 & 21 & -27 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3 - 7 \cdot F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & -3 & 18 \\ 0 & 0 & -6 & -126 \end{array} \right)$$

$$\text{De } F_3 \rightarrow -6z = -126 \rightarrow z = \frac{-126}{-6} = 21$$

$$\text{De } F_2 \rightarrow 3y - 3z = 18 \rightarrow 3y - 3 \cdot 21 = 18 \rightarrow 3y = 18 + 63 \rightarrow 3y = 81 \rightarrow y = \frac{81}{3} = 27$$

$$\text{De } F_1 \rightarrow x - 2y + z = 0 \rightarrow x - 2 \cdot 27 + 21 = 0 \rightarrow x - 33 = 0 \rightarrow x = 33$$

Solución: el millonario ha dejado 33 millones de euros a su hija mayor, 27 millones de euros a su hija mediana y 21 millones de euros a su hija menor.