

Problema 5. Un instituto tiene estudiantes de ESO y de Bachillerato. El instituto ofrece tres extraescolares: dos deportivas (fútbol y baloncesto) y una no deportiva (música); todos los estudiantes tienen que escoger una extraescolar, pero solo una. El instituto tiene en total 400 estudiantes, y 300 de ellos han escogido fútbol. El instituto tiene 310 estudiantes de ESO; de ellos, 230 han escogido fútbol y 60 han escogido baloncesto. Se sabe también que 8 estudiantes de Bachillerato han escogido música. Seleccionamos al azar un estudiante de este instituto.

- Calcula la probabilidad de la unión de los sucesos “el estudiante está en ESO” y “el estudiante ha escogido música”. (3 puntos)
- Si sabemos que el estudiante seleccionado ha escogido una extraescolar deportiva, ¿cuál es la probabilidad de que esté en ESO? (4 puntos)
- ¿Son independientes los sucesos “el estudiante está en Bachillerato” y “el estudiante no ha escogido baloncesto”? (3 puntos)

Solución:

Construyamos la tabla de distribución de los estudiantes por nivel y extraescolar (cada alumno escoge sólo una extraescolar).

El instituto tiene en total 400 estudiantes, y 300 de ellos han escogido fútbol.

El instituto tiene 310 estudiantes de ESO; de ellos, 230 han escogido fútbol y 60 han escogido baloncesto. Se sabe también que 8 estudiantes de Bachillerato han escogido música.

	Fútbol	Baloncesto	Música	total
ESO	230	60		310
Bachillerato			8	
total	300			400

Completamos la tabla con las restas y sumas correspondientes,

$310 - 230 - 60 = 20$; $300 - 230 = 70$; $20 + 8 = 28$; $400 - 300 - 28 = 72$; $72 - 60 = 12$; $400 - 310 = 90$.

	Fútbol	Baloncesto	Música	total
ESO	230	60	20	310
Bachillerato	70	12	8	90
total	300	72	28	400

Seleccionamos al azar un estudiante de este instituto.

- Calcula la probabilidad de la unión de los sucesos “el estudiante está en ESO” y “el estudiante ha escogido música”

Sucesos: $ESO =$ “el estudiante está en ESO” y $MUS =$ “el estudiante ha escogido música”

La probabilidad pedida es: $P(ESO \cup MUS)$

$$P(ESO \cup MUS) = P(ESO) + P(MUS) - P(ESO \cap MUS) = \frac{310}{400} + \frac{28}{400} - \frac{20}{400} = \frac{159}{200} = 0,795$$

La probabilidad pedida es 0,795.

b) Si sabemos que el estudiante seleccionado ha escogido una extraescolar deportiva, ¿cuál es la probabilidad de que esté en ESO?

Suceso: $DEP =$ “el estudiante ha seleccionado extraescolar deportiva”

La probabilidad pedida es: $P(ESO/DEP)$

$$P(ESO/DEP) = \frac{P(ESO \cap DEP)}{P(DEP)} = \frac{\frac{230+60}{400}}{\frac{230+60}{400} + \frac{70+12}{400}} = \frac{\frac{290}{400}}{\frac{372}{400}} = \frac{290}{372} = \frac{145}{186} \cong 0'7796$$

La probabilidad pedida es 0'7796.

c) ¿Son independientes los sucesos “el estudiante está en Bachillerato” y “el estudiante no ha escogido baloncesto”?

Sucesos: $BAC =$ “el estudiante está en Bachillerato” y $NBAL =$ “el estudiante no ha escogido baloncesto”

Debemos comprobar si $P(BAC \cap NBAL) = P(BAC) \cdot P(NBAL)$

$$\left. \begin{aligned} P(BAC \cap NBAL) &= \frac{70+8}{400} = \frac{39}{200} = 0'195 \\ P(BAC) &= \frac{90}{400} \\ P(NBAL) &= \frac{300+28}{400} = \frac{328}{400} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{¿}0'195 = \frac{90}{400} \cdot \frac{328}{400}\text{?}; \quad \text{¿}0'195 = \frac{369}{2000}\text{?}; \quad \text{¿}0'195 = 0'1845\text{? No} \end{aligned}$$

Por tanto, los sucesos “el estudiante está en Bachillerato” y “el estudiante no ha escogido baloncesto” no son independientes.