

**EJERCICIO A**

**PROBLEMA 2.** Una compañía fabrica y vende dos modelos de lámparas A y B. Para su fabricación se necesita un trabajo manual de 20 minutos para el modelo A y 30 minutos para el modelo B; y un trabajo de máquina de 20 minutos para el modelo A y de 10 minutos para el modelo B. Se dispone para el trabajo manual de 6000 minutos al mes y para el de máquina de 4800 minutos al mes. Sabiendo que el beneficio por unidad es de 15 € para el modelo A y de 10 € para el modelo B, planificar la producción mensual para obtener el máximo beneficio y calcular éste.

Solución:

Resumiendo la información del ejercicio en una tabla,

Lámpara	manual	máquina	beneficio
A	20 min	20 min	15 €
B	30 min	10 min	10 €
disponibles	6000 min	4800 min	

Las incógnitas a utilizar son:  $x = n^\circ$  de lámparas del modelo A  
 $y = n^\circ$  de lámparas del modelo B

El beneficio que se obtiene es:  $15x + 10y$

Las restricciones del problema son: *trabajo manual*  $20x + 30y \leq 6000$   
*trabajo de máquina*  $20x + 10y \leq 4800$

El problema de programación lineal a resolver es:

maximizar  $z = 15x + 10y$

s.a.  $20x + 30y \leq 6000$  *Las restricciones las simplificamos por 10 quedando:*  
 $20x + 10y \leq 4800$   
 $x, y \in \mathbb{N}$

maximizar  $z = 15x + 10y$

s.a.  $2x + 3y \leq 600$   
 $2x + y \leq 480$   
 $x, y \in \mathbb{N}$

Cálculos para representar gráficamente las restricciones,

$2x + 3y \leq 600$

$2x + y \leq 480$

representación de  $2x + 3y = 600$

representación de  $2x + y = 480$

x	y
0	200
300	0

x	y
0	480
240	0

$(0,0)$  ¿cumple la restricción? Sí

$2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 \leq 600$

$0 \leq 600$  sí

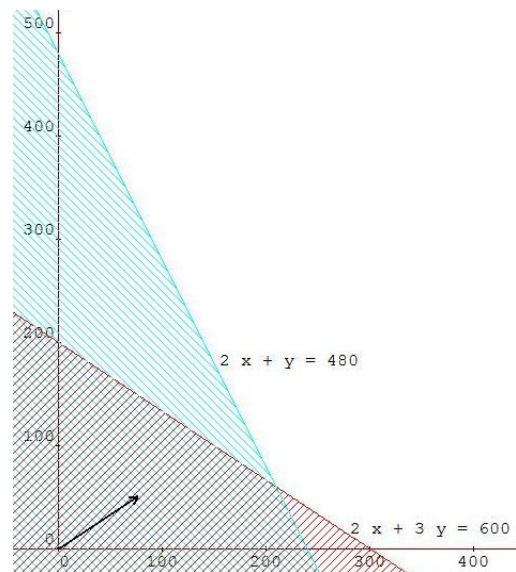
$(0,0)$  ¿cumple la restricción? Sí

$2 \cdot 0 + 0 \leq 480$

$0 \leq 480$  sí

Cálculo del punto de corte de las dos rectas,  $(210, 60)$ ,

$$\begin{cases} 2x + 3y = 600 \\ 2x + y = 480 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Restando:} \\ 2y = 120 \\ y = 60 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Sustituyendo en 2ª ecuación} \\ 2x + 60 = 480; 2x = 420 \\ x = 210 \end{array}$$



La región factible está formada por los puntos de coordenada natural de la zona doblemente rayada.

Estudiamos la función  $z$  en los extremos de la región factible,

$(x,y)$	$z = 15x + 10y$
$(0,0)$	0
$(0,200)$	$15 \cdot 0 + 10 \cdot 200 = 2000$
$(210,60)$	$15 \cdot 210 + 10 \cdot 60 = 3750$
$(240,0)$	$15 \cdot 240 + 10 \cdot 0 = 3600$

**Para obtener el máximo beneficio la producción mensual debe ser:  
 210 lámparas del modelo A y 60 del modelo B.**

**Con esta producción el beneficio será de 3750 €**