

EJERCICIO B

PROBLEMA 2. Debo tomar al menos 60 mgr de vitamina A y al menos 90 mgr de vitamina B diariamente. En la farmacia puedo adquirir dos pastillas de marcas diferentes X e Y. Cada pastilla de la marca X contiene 10 mgr de vitamina A y 15 mgr de vitamina B y cada pastilla de la marca Y contiene 10 mgr de cada vitamina. Además, no es conveniente tomar más de 8 pastillas diarias. Sabiendo que el precio de cada pastilla de la marca X es 50 céntimos de euro y que cada pastilla de marca Y cuesta 30 céntimos de euro, calcular de forma razonada:

- Cuántas pastillas diarias de cada marca debo tomar para que el coste sea mínimo, y
- Cuál es el coste mínimo.

Solución:

Resumiendo la información del ejercicio en una tabla,

marca	Vitamina A	Vitamina B	precio
X	10 mgr	15 mgr	0'50 €
Y	10 mgr	10 mgr	0'30 €
máximo 8	mínimo 60 mgr	mínimo 90 mgr	

Las incógnitas a utilizar son: $x = n^{\circ}$ de pastillas de la marca X
 $y = n^{\circ}$ de pastillas de la marca Y

El coste es: $0'50x + 0'30y$

Las restricciones del problema son: *máximo número de pastillas* $x + y \leq 8$
mínima cantidad de vit. A $10x + 10y \geq 60$
mínima cantidad de vit. B $15x + 10y \geq 90$

El problema de programación lineal a resolver es:

minimizar $z = 0'50x + 0'30y$ s.a. $x + y \leq 8$ $10x + 10y \geq 60$ $15x + 10y \geq 90$ $x, y \in \mathbb{N}$	<i>Simplificamos la segunda restricción por 10 y la tercera por 5:</i>	minimizar $z = 0'50x + 0'30y$ s.a. $x + y \leq 8$ $x + y \geq 6$ $3x + 2y \geq 18$ $x, y \in \mathbb{N}$
---	--	--

Cálculos para representar gráficamente las restricciones,

$$x + y \leq 8$$

$$x + y \geq 6$$

$$3x + 2y \geq 18$$

$$x + y = 8$$

$$x + y = 6$$

$$3x + 2y = 18$$

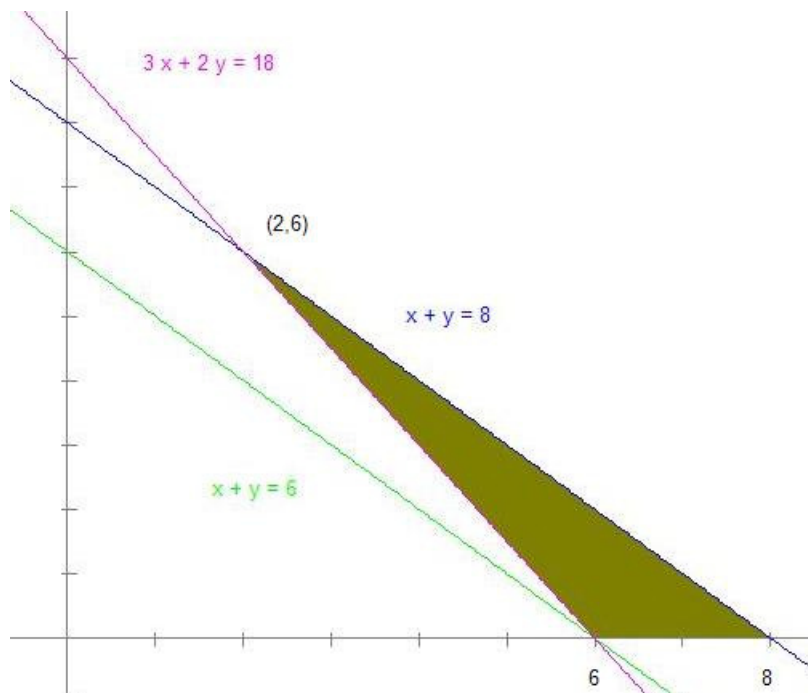
x	y
0	8
8	0

x	y
0	6
6	0

x	y
0	9
6	9

$(0,0)$ ¿cumple la restricción? Sí $0 + 0 \leq 8$ Sí $(0,0)$ ¿cumple la restricción? No $0 + 0 \geq 6$ No $(0,0)$ ¿cumple la restricción? No $3 \cdot 0 + 2 \cdot 0 \geq 18$ No

La representación gráfica es,



Calculamos el punto de corte que hace falta conocer,

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ 3x + 2y = 18 \end{cases}$$

Multiplicando la 1ª ecuación por -2

$$\begin{cases} -2x - 2y = -16 \\ 3x + 2y = 18 \end{cases}$$

Sumando ambas ecuaciones,

$$x = 2$$

Sustituyendo en la 1ª

$$2 + y = 8; \quad y = 6$$

El punto de corte es $(2, 6)$

La región factible está formada por los puntos de coordenada natural de la zona coloreada. Estudiamos la función z en los extremos de la región factible,

(x, y)	$z = 0'50x + 0'30y$		a) Para que el coste sea mínimo debo tomar diariamente 2 pastillas de la marca X y 6 de la marca Y.
$(6, 0)$	3		
$(2, 6)$	2'80	mínimo	b) Con este consumo el coste mínimo diario será de 2'80 €
$(8, 0)$	4		