

EJERCICIO B

PROBLEMA 2. Un tren de mercancías puede arrastrar, como máximo, 27 vagones. En cierto viaje transporta coches y motocicletas. Para coches debe dedicar un mínimo de 12 vagones y para motocicletas no menos de la mitad de los vagones que dedica a los coches. Si los ingresos de la compañía ferroviaria son de 540 € por vagón de coches y 360 € por vagón de motocicletas, calcular cómo se deben distribuir los vagones para que el beneficio de un transporte de coches y motocicletas sea máximo y cuánto vale dicho beneficio.

Solución:

Utilizando las siguientes incógnitas: $x = \text{número de vagones dedicados a coches}$
 $y = \text{número de vagones dedicados a motocicletas}$

las restricciones del problema serán:

“puede arrastrar, como máximo, 27 vagones” $x + y \leq 27$

“Para coches debe dedicar un mínimo de 12 vagones” $x \geq 12$

“ para motocicletas no menos de la mitad de los vagones que dedica a los coches” $y \geq \frac{x}{2}$

Esta última restricción se transforma en: $2y \geq x \rightarrow 2y - x \geq 0$

El beneficio que se obtiene es: $540x + 360y$

Por tanto el problema a resolver es,

maximizar $z = 540x + 360y$

s.a. $x + y \leq 27$

$x \geq 12$

$2y - x \geq 0$

$x, y \in \mathbb{N}$

Cálculos para representar gráficamente las restricciones,

$$x + y \leq 27$$

$$x \geq 12$$

$$2y - x \geq 0$$

$$x + y = 27$$

$$x = 12$$

$$2y - x = 0$$

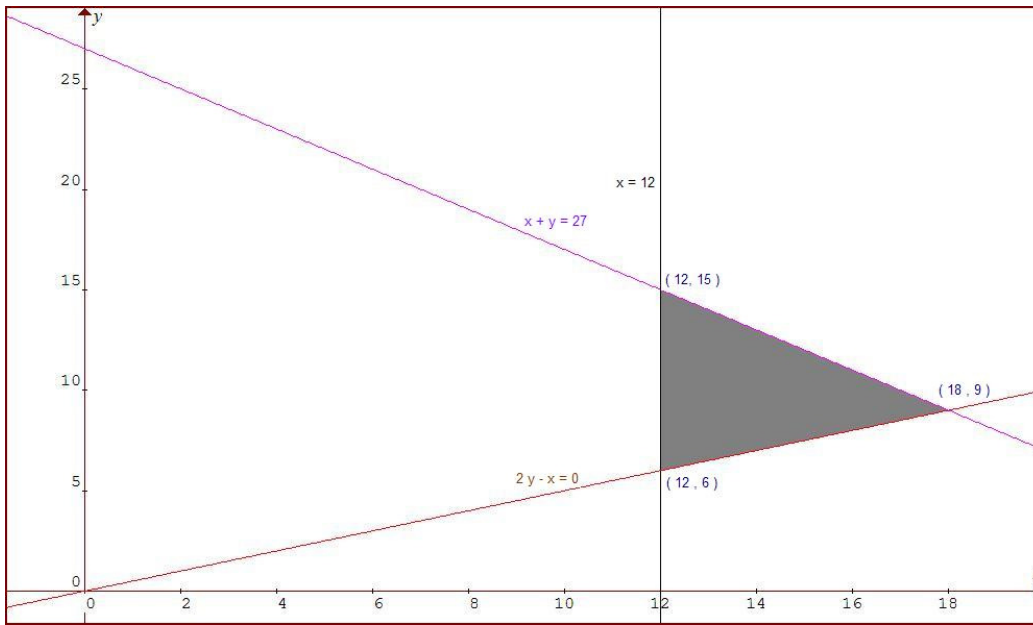
x	y
0	27
27	0

x	y
12	0
12	2

x	y
0	0
2	1

$(0,0)$ ¿cumple la restricción? Sí $0 + 0 \leq 27$ Sí $(0,0)$ ¿cumple la restricción? No $0 \geq 12$ No $(1,0)$ ¿cumple la restricción? No $2 \cdot 0 - 1 \geq 0$ No

La representación gráfica es la zona sombreada del siguiente gráfico



Calculamos los puntos de corte que necesitamos conocer,

$\begin{cases} x + y = 27 \\ -x + 2y = 0 \end{cases}$	<p>Sumando ambas ecuaciones, $3y = 27 \rightarrow y = 9$ Sustituyendo en la 1ª $x + 9 = 27; x = 18$</p>	<p>El punto de corte es $(18, 9)$</p>
---	--	---

$\begin{cases} x = 12 \\ -x + 2y = 0 \end{cases}$	<p>Sustituyendo el valor de x en la 2ª ecuación, $-12 + 2y = 0 \rightarrow 2y = 12 \rightarrow y = 6$</p>	<p>El punto de corte es $(12, 6)$</p>
---	--	---

$\begin{cases} x = 12 \\ x + y = 27 \end{cases}$	<p>Sustituyendo el valor de x en la 2ª ecuación, $12 + y = 27 \rightarrow y = 15$</p>	<p>El punto de corte es $(12, 15)$</p>
--	--	--

La región factible está formada por los puntos de coordenada natural de la zona coloreada.

Estudiamos la función z en los extremos de la región factible,

(x,y)	$z = 540x + 360y$		Solución:
$(12, 6)$	$540 \cdot 12 + 360 \cdot 6 = 8640$		<p>Para que el beneficio sea máximo deben dedicarse 18 vagones para coches y 9 para motocicletas. El beneficio que se obtendrá será de 12960 euros.</p>
$(12, 15)$	$540 \cdot 12 + 360 \cdot 15 = 11880$		
$(18, 9)$	$540 \cdot 18 + 360 \cdot 9 = 12960$	máximo	