

EJERCICIO B

PROBLEMA 3. La parte superior de una pared de 2 metros de base tiene una forma parabólica determinada por la expresión $-0,5x^2+x+1$, donde x mide la longitud en metros desde la parte izquierda de la pared. Calcular la superficie de dicha pared utilizando una integral.

Solución:

La parte superior de la pared está definida por la función $y = -0,5x^2 + x + 1$ para $x \in [0, 2]$ (la base de la pared mide 2 metros).

Representemos gráficamente la pared, para ello representamos la parábola

$$y = -0,5x^2 + x + 1 \text{ para } x \in [0, 2]$$

Vértice de la parábola: $(1, 1,5)$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-1}{2(-0,5)} = \frac{-1}{-1} = 1 \quad e \quad y = -0,5 \cdot 1^2 + 1 + 1 = 1,5$$

Puntos de corte con los ejes coordenados: $(0, 1)$

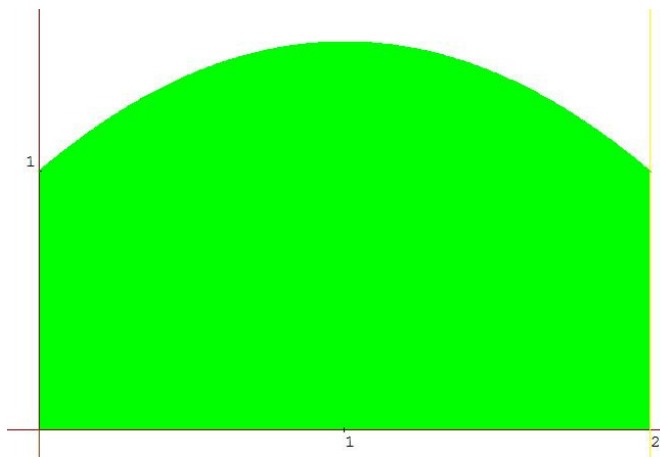
para $x = 0 \rightarrow y = 1$

para $y = 0 \rightarrow -0,5x^2 + x + 1 = 0$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(-0,5)1}}{2(-0,5)} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+2}}{-1} = \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{-1} = \begin{matrix} x_1 = \frac{-1 + \sqrt{3}}{-1} = 1 - \sqrt{3} \approx -0,7 \\ x_2 = \frac{-1 - \sqrt{3}}{-1} = 1 + \sqrt{3} \approx 2,7 \end{matrix}$$

los puntos de corte obtenidos $(-0,7, 0)$ y $(2,7, 0)$ están fuera del dominio de definición de la función que representa la parte superior de la pared. Pueden servir para dibujar mejor esta función.

La representación gráfica de la pared sería:



La superficie de esta pared se calcula mediante la siguiente integral,

$$\int_0^2 (-0,5x^2 + x + 1) dx = \left[-0,5 \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x \right]_0^2 = \left(-0,5 \frac{2^3}{3} + \frac{2^2}{2} + 2 \right) - 0 = \frac{-4}{3} + \frac{4}{2} + 2 = \frac{-4}{3} + 4 = \frac{8}{3}$$

La superficie de la pared es $\frac{8}{3} m^2$