

EJERCICIO A

PROBLEMA 1. Tres constructoras invierten en la compra de terrenos de la siguiente forma: la primera invirtió medio millón de euros en terreno urbano, 250.000 euros en terreno industrial y 250.000 euros en terreno rústico. La segunda, invirtió 125.000, 250.000 y 125.000 euros en terreno urbano, industrial y rústico, respectivamente, y la tercera, 100.000, 100.000 y 200.000 euros en estos mismos tipos de terreno, respectivamente. Transcurrido un año, venden todos los terrenos. La rentabilidad que obtiene la primera constructora es del 13,75%, la de la segunda del 11,25% y, finalmente, la de la tercera es del 10%. Determina la rentabilidad de cada uno de los tipos de terreno por separado.

Solución:

Los datos del problema resumidos en una tabla son:

	Urbano	Industrial	Rústico	Inversión total de la constructora	rentabilidad de la constructora (%)
1ª constructora	500.000 €	250.000 €	250.000 €	1.000.000 €	13,75
2ª constructora	125.000 €	250.000 €	125.000 €	500.000 €	11,25
3ª constructora	100.000 €	100.000 €	200.000 €	400.000 €	10
rentabilidad terreno (%)	x	y	z		

Las incógnitas que utilizamos son x, y, z rentabilidades (%) de los terrenos urbano, industrial y rústico, respectivamente.

El sistema que se plantea es:

$$\begin{cases} 500.000 x + 250.000 y + 250.000 z = 13,75 \cdot 1.000.000 \\ 125.000 x + 250.000 y + 125.000 z = 11,25 \cdot 500.000 \\ 100.000 x + 100.000 y + 200.000 z = 10 \cdot 400.000 \end{cases}$$

Simplificando por 1000,

$$\begin{cases} 500 x + 250 y + 250 z = 13.750 \\ 125 x + 250 y + 125 z = 5625 \\ 100 x + 100 y + 200 z = 4000 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema por Gauss. Escribiremos como primera fila de la matriz la correspondiente a la tercera ecuación,

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 100 & 100 & 200 & 4000 \\ 500 & 250 & 250 & 13750 \\ 125 & 250 & 125 & 5625 \end{array} \right) \begin{matrix} \\ F_2 - 5xF_1 \\ F_3 - 1,25xF_1 \end{matrix} \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 100 & 100 & 200 & 4000 \\ 0 & -250 & -750 & -6250 \\ 0 & 125 & -125 & 625 \end{array} \right) \begin{matrix} \\ \\ F_3 + \frac{1}{2}xF_2 \end{matrix} \rightarrow$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 100 & 100 & 200 & 4000 \\ 0 & -250 & -750 & -6250 \\ 0 & 0 & -500 & -2500 \end{array} \right)$$

De la tercera fila: $-500 z = -2500$; $z = 5$

De la segunda fila: $-250 y - 750 z = -6250$
 $-250 y - 750 \cdot 5 = -6250$
 $-250 y - 3750 = -6250$
 $-250 y = -6250 + 3750$
 $-250 y = -2500$; $y = 10$

De la primera fila: $100 x + 100 y + 200 z = 4000$
 $100 x + 100 \cdot 10 + 200 \cdot 5 = 4000$
 $100 x + 1000 + 1000 = 4000$
 $100 x + 2000 = 4000$
 $100 x = 4000 - 2000$; $100 x = 2000$; $x = 20$

Solución: El terreno urbano produce una rentabilidad de 20%, el industrial del 10% y el rústico del 5%.