

EJERCICIO B

PROBLEMA 2. a) Representar gráficamente el conjunto de soluciones del sistema determinado por las inecuaciones:

$$3y - 4x - 8 \leq 0, \quad y \geq -4x + 4, \quad y \geq 2, \quad x \leq 1$$

b) Halla los vértices de la región anterior.

c) Calcula el punto donde alcanza el mínimo la función $f(x,y) = 3x - y$ en dicha región. Determina dicho valor mínimo.

Solución:

a)

Efectuamos los cálculos necesarios para la representación gráfica de las inecuaciones.

$$3y - 4x \leq 8$$

$$y \geq -4x + 4$$

$$y \geq 2$$

$$x \leq 1$$

(1) $3y - 4x = 8$

(2) $y = -4x + 4$

(3) $y = 2$

(4) $x = 1$

$$\begin{array}{c|c} x & y \\ \hline 0 & \frac{8}{3} \\ & 3 \\ -2 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|c} x & y \\ \hline 0 & 4 \\ & 4 \\ 1 & 0 \end{array}$$

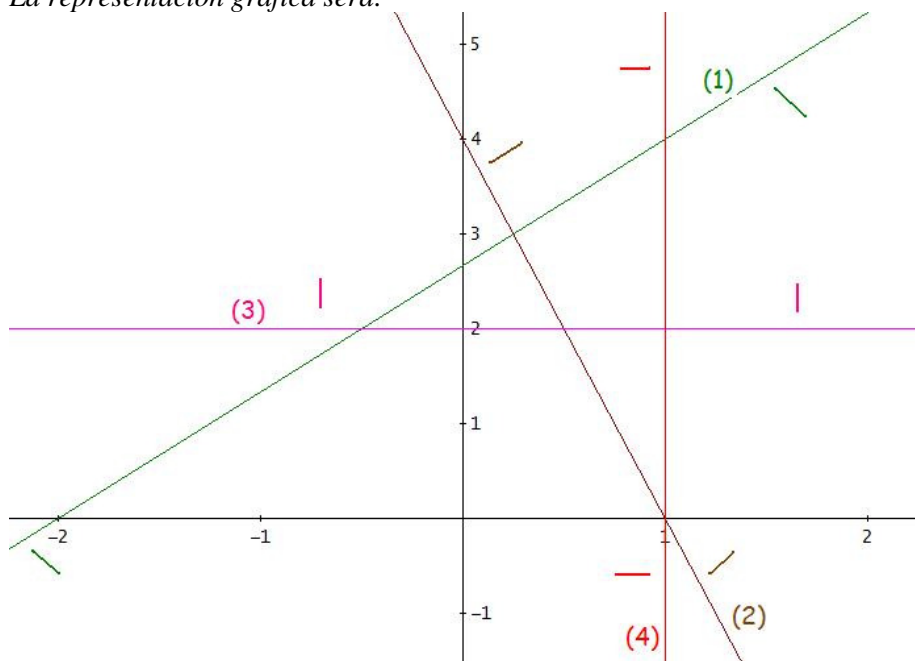
¿(0,0) cumple?

¿(0,0) cumple?

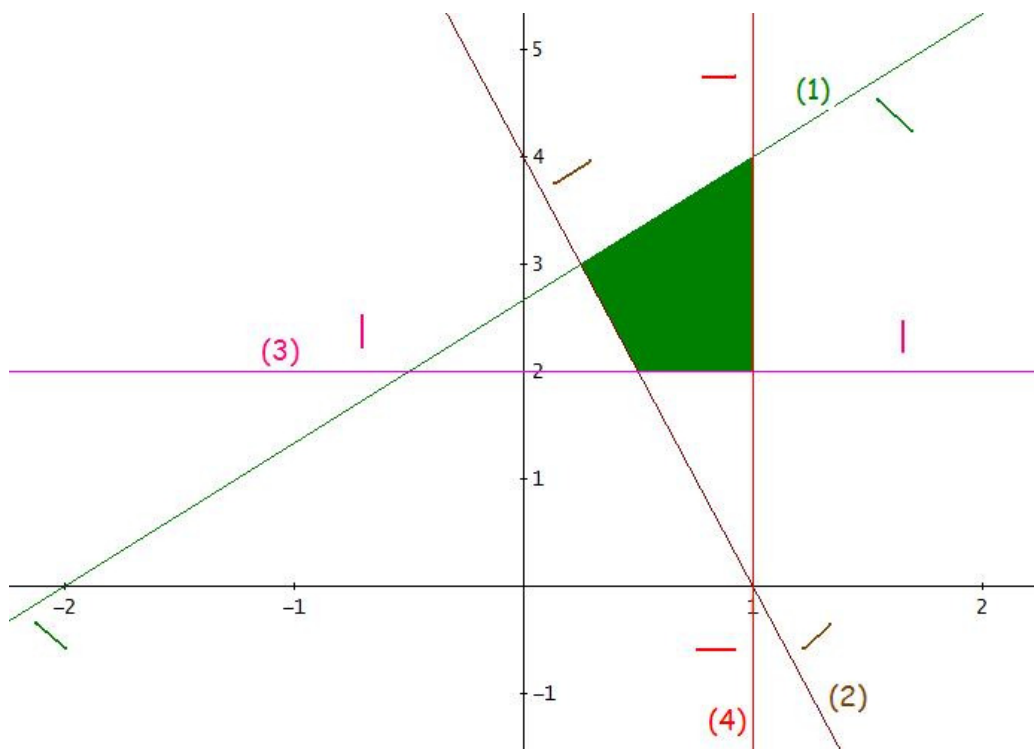
$3 \cdot 0 - 4 \cdot 0 \leq 8$ Sí

$0 \geq -4 \cdot 0 + 4$ No

La representación gráfica será:



El conjunto de soluciones será la región coloreada,



b) Para encontrar los vértices de la región debemos resolver los siguientes sistemas,

De (1) y (2): $A\left(\frac{1}{4}, 3\right)$

$$\begin{cases} 3y - 4x = 8 \\ y = -4x + 4 \end{cases} \quad \begin{cases} 3y - 4x = 8 \\ y + 4x = 4 \end{cases}$$

sumando ambas ecuaciones: $4y = 12; y = 3$

sustituyendo en la 1ª, $3 \cdot 3 - 4x = 8; 9 - 4x = 8; 9 - 8 = 4x; 1 = 4x; x = \frac{1}{4}$

De (1) y (4): $B(1, 4)$

$$\begin{cases} 3y - 4x = 8 \\ x = 1 \end{cases}$$

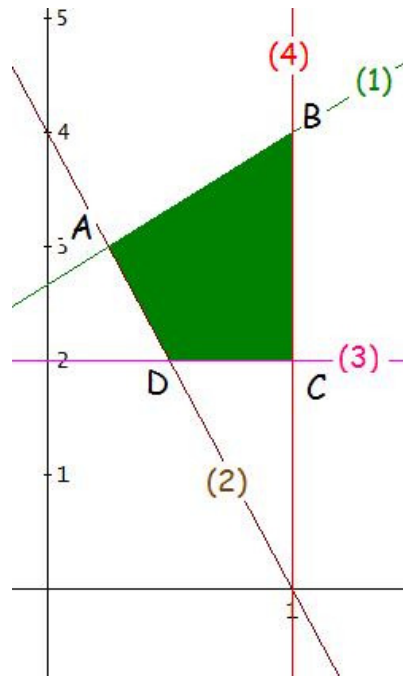
$3y - 4 \cdot 1 = 8; 3y - 4 = 8; 3y = 12; y = 4$

De (3) y (4): $C(1, 2)$

$$\begin{cases} y = 2 \\ x = 1 \end{cases}$$

De (2) y (3): $D\left(\frac{1}{2}, 2\right)$

$$\begin{cases} y = -4x + 4 \\ y = 2 \end{cases} \rightarrow 2 = -4x + 4 \rightarrow 4x = 4 - 2 \rightarrow 4x = 2 \rightarrow x = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$



Los vértices de la región anterior son los puntos:

$$A\left(\frac{1}{4}, 3\right), B(1, 4), C(1, 2) \text{ y } D\left(\frac{1}{2}, 2\right)$$

c)

Sabemos que la función dada alcanzará su mínimo en alguno de los extremos de la región. Calculemoslo,

x, y	$f(x, y) = 3x - y$
$\frac{1}{4}, 3$	$3 \cdot \frac{1}{4} - 3 = \frac{3}{4} - 3 = \frac{3-12}{4} = \frac{-9}{4} = -2'25$ <i>mínimo</i>
1,4	$3 \cdot 1 - 4 = -1$
1,2	$3 \cdot 1 - 2 = 1$
$\frac{1}{2}, 2$	$3 \cdot \frac{1}{2} - 2 = \frac{3-2}{2} = \frac{-1}{2} = -0'5$

La función $f(x,y)$ alcanza su mínimo en el punto

$$A\left(\frac{1}{4}, 3\right)$$

con un valor de $-2'25$