

**OPCIÓN B**

**PROBLEMA 1.** Obtén la matriz  $X$  que verifica:

$$2 \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} X - \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 4 & -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}$$

*Solución:*

Efectuamos las operaciones indicadas, número por matriz y producto de matrices  $\{ (2 \times 3) \times (3 \times 1) \}$ .

$$\begin{pmatrix} 4 & 4 \\ -2 & -6 \end{pmatrix} X - \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 1 + 0 \cdot 5 - 1 \cdot (-3) \\ 4 \cdot 1 - 1 \cdot 5 + 3 \cdot (-3) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 4 \\ -2 & -6 \end{pmatrix} X - \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -10 \end{pmatrix}$$

pasamos sumando la matriz  $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 4 & 4 \\ -2 & -6 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 5 \\ -10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

efectuando la suma de matrices

$$\begin{pmatrix} 4 & 4 \\ -2 & -6 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 8 \\ -8 \end{pmatrix} \quad (a)$$

Para obtener la matriz  $X$ , hay que utilizar la inversa de  $A = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ -2 & -6 \end{pmatrix}$ ; veamos si existe.

Como  $|A| = \begin{vmatrix} 4 & 4 \\ -2 & -6 \end{vmatrix} = -24 + 8 = -16 \neq 0 \rightarrow \exists A^{-1}$

Calculemos  $A^{-1}$ ,

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ -2 & -6 \end{pmatrix} \xrightarrow{\alpha_{ij}} \begin{pmatrix} -6 & -2 \\ 4 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{A_{ij}} \begin{pmatrix} -6 & 2 \\ -4 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{A_{ji}} \begin{pmatrix} -6 & -4 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \rightarrow$$

$$\rightarrow A^{-1} = \frac{1}{-16} \begin{pmatrix} -6 & -4 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{6}{16} & \frac{4}{16} \\ \frac{-2}{16} & \frac{-4}{16} \end{pmatrix}$$

Multiplicando en la expresión (a) por la izquierda por  $A^{-1}$ ,

$$\begin{pmatrix} \frac{6}{16} & \frac{4}{16} \\ \frac{-2}{16} & \frac{-4}{16} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ -2 & -6 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} \frac{6}{16} & \frac{4}{16} \\ \frac{-2}{16} & \frac{-4}{16} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 \\ -8 \end{pmatrix}$$

$$I X = \begin{pmatrix} \frac{48}{16} - \frac{32}{16} \\ \frac{-16}{16} + \frac{32}{16} \end{pmatrix} \rightarrow X = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$