

PROBLEMA 1. Un comerciante vende tres tipos de relojes, A, B y C. Los del tipo A los vende a 200 euros, los del tipo B a 500 euros y los del tipo C a 250 euros. En un mes determinado vendió 200 relojes en total. Si la cantidad de los que vendió ese mes del tipo B fue igual a los que vendió de tipo A y de tipo C conjuntamente, calcula cuántos vendió de cada tipo si la recaudación de ese mes fue de 73500 euros.

Solución:

Utilizamos las siguientes incógnitas:

$$x = n^{\circ} \text{ de relojes del tipo A, } 200\text{€}$$

$$y = n^{\circ} \text{ de relojes del tipo B, } 500\text{€}$$

$$z = n^{\circ} \text{ de relojes del tipo C, } 250\text{€}$$

De los datos del problema:

$$\text{“un mes determinado vendió 200 relojes en total”} \rightarrow x + y + z = 200$$

$$\text{“la cantidad de los que vendió ese mes del tipo B fue igual a los que vendió de tipo A y de tipo C conjuntamente”} \rightarrow y = x + z; \text{ arreglando esta ecuación: } x - y + z = 0$$

$$\text{“la recaudación de ese mes fue de 73500 euros”} \rightarrow 200x + 500y + 250z = 73500; \text{ simplificando por 10:}$$

$$20x + 50y + 25z = 7350$$

El sistema a resolver será:

$$\begin{cases} x + y + z = 200 \\ x - y + z = 0 \\ 20x + 50y + 25z = 7350 \end{cases}$$

Resolviéndolo por el método de Gauss:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 200 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ 20 & 50 & 25 & 7350 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ F_2 - F_1 \\ F_3 - 20F_1 \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 200 \\ 0 & -2 & 0 & -200 \\ 0 & 30 & 5 & 3350 \end{array} \right) \text{ y ya podemos resolver el sistema:}$$

$$\text{De la 2}^{\text{a}} \text{ fila} \rightarrow -2y = -200 \rightarrow y = 100$$

$$\text{De la 3}^{\text{a}} \text{ fila} \rightarrow 30y + 5z = 3350, \text{ sustituyendo el valor de obtenido anteriormente:}$$

$$30 \cdot 100 + 5z = 3350$$

$$3000 + 5z = 3350$$

$$5z = 3350 - 3000$$

$$5z = 350$$

$$z = \frac{350}{5} = 70$$

$$\text{De la 1}^{\text{a}} \text{ fila} \rightarrow x + y + z = 200, \text{ sustituyendo los valores obtenidos anteriormente:}$$

$$x + 100 + 70 = 200$$

$$x + 170 = 200$$

$$x = 200 - 170$$

$$x = 30$$

Solución: vendió 30 relojes del tipo A, 100 relojes del tipo B y 70 relojes del tipo C.

* * * *

Resolviéndolo por el método de Cramer:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 20 & 50 & 25 \end{vmatrix} = -25 + 50 + 20 + 20 - 50 - 25 = 40 - 50 = -10 \neq 0 \text{ por lo tanto resoluble por Cramer.}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 200 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 7350 & 50 & 25 \end{vmatrix}}{-10} = \frac{C_2 + C_3 \begin{vmatrix} 200 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 7350 & 75 & 25 \end{vmatrix}}{-10} = \frac{-\begin{vmatrix} 200 & 2 \\ 7350 & 75 \end{vmatrix}}{-10} = \frac{-(15000 - 14700)}{-10} = \frac{-300}{-10} = 30$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 200 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 20 & 7350 & 25 \end{vmatrix}}{-10} = \frac{C_3 - C_1 \begin{vmatrix} 1 & 200 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 20 & 7350 & 5 \end{vmatrix}}{-10} = \frac{5 \begin{vmatrix} 1 & 200 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}}{-10} = \frac{5(-200)}{-10} = 100$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 200 \\ 1 & -1 & 0 \\ 20 & 50 & 7350 \end{vmatrix}}{-10} = \frac{C_2 + C_1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 200 \\ 1 & 0 & 0 \\ 20 & 70 & 7350 \end{vmatrix}}{-10} = \frac{-\begin{vmatrix} 2 & 200 \\ 70 & 7350 \end{vmatrix}}{-10} = \frac{-(14700 - 14000)}{-10} = \frac{-700}{-10} = 70$$

Solución: vendió 30 relojes del tipo A, 100 relojes del tipo B y 70 relojes del tipo C.