OPCIÓN A

Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas

Problema 1. Representa gráficamente la región determinada por el sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} x \geq \dfrac{y}{2} \\ 760x + 370y \leq 94500 \\ y + \dfrac{x}{2} \geq 100 \end{cases}$$

y calcula sus vértices. ¿Cuál es el máximo de la función *f(x,y)* = *x* + *y* en esta región. ¿En qué punto se alcanza?

Solución:
Efectuamos los cálculos necesarios para la representación gráfica de las inecuaciones.

(a) $x \geq \dfrac{y}{2}$

$x = \dfrac{y}{2}$

x	y
0	0
100	200

¿(100,0) cumple?

$100 \geq \dfrac{0}{2}$ *Sí*

(b) $760x + 370y \leq 94500$

$760x + 370y = 94500$

x	y
0	$\dfrac{94500}{370} \cong 255'41$
$\dfrac{94500}{760} \cong 124'34$	0

¿(0,0) cumple?

$760 \cdot 0 + 370 \cdot 0 \leq 94500$

$0 \leq 94500$ *Sí*

(c) $y + \dfrac{x}{2} \geq 100$

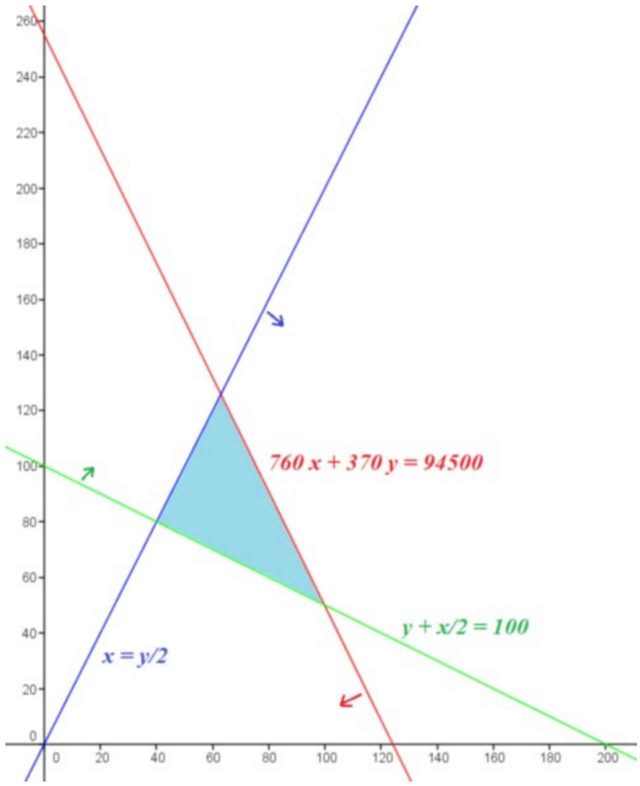
$y + \dfrac{x}{2} = 100$

x	y
0	100
200	0

¿(0,0) cumple?

$0 + \dfrac{0}{2} \geq 1000$ *No*

La representación gráfica será:



La región determinada por el sistema de inecuaciones está formada por los puntos de la zona sombreada.

Los vértices de la región determinada por las inecuaciones los obtendremos mediante los puntos de corte de las rectas correspondientes.

De (a) y (c): A (40 , 80)

$$\begin{cases} x = \dfrac{y}{2} \\ y + \dfrac{x}{2} = 100 \end{cases}$$ *sustituyendo el valor de x en la 2ª ecuación:*

$$y + \frac{\cancel{y}/2}{2} = 100 \;\rightarrow\; y + \frac{y}{4} = 100 \;\rightarrow\; \frac{4y+y}{4} = 100 \;\rightarrow\; 5y = 400 \;\rightarrow\; y = \frac{400}{5} = 80$$

Finalmente, $x = \dfrac{80}{2} = 40$

De (a) y (c): B (63 , 126)

$$\begin{cases} x = \dfrac{y}{2} \\ 760x + 370y = 94500 \end{cases}$$ *sustituyendo el valor de x en la 2ª ecuación:*

$$760\,\frac{y}{2} + 370y = 94500 \;\rightarrow\; 380y + 370y = 94500 \;\rightarrow\; 750y = 94500 \;\rightarrow\; y = \frac{94500}{750} = 126$$

Finalmente, $x = \dfrac{126}{2} = 63$

De (b) y (c): C (100 , 50)

$$\begin{cases} 760x + 370y = 94500 \\ y + \dfrac{x}{2} = 100 \end{cases}$$

De la 2ª ecuación, $2y + x = 200 \;\rightarrow\; x = 200 - 2y$

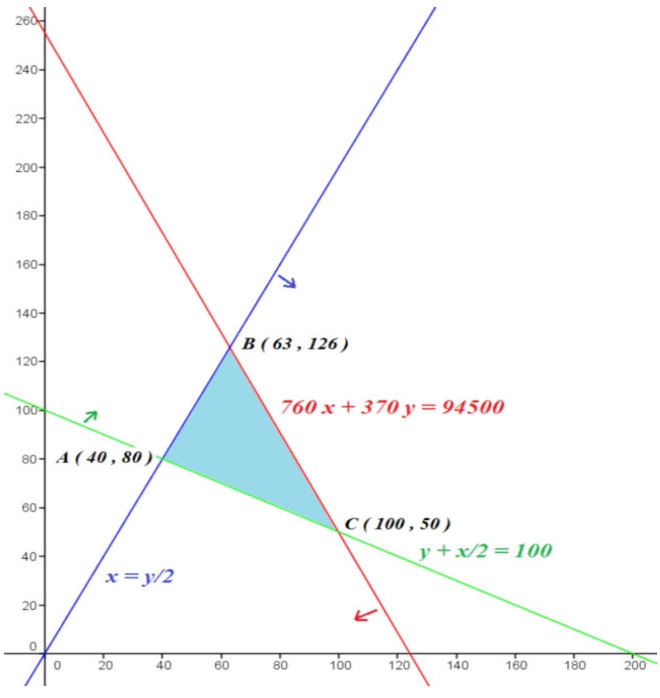
Sustituyendo el valor de x en la 1ª ecuación: 760 (200 – 2 y) + 370 y = 94500;

152000 – 1520 y + 370 y = 94500; 152000 – 1150 y = 94500; – 1150 y = 94500 – 152000

$-1150\,y = -57500; \quad y = \dfrac{-57500}{-1150} = 50$

Finalmente, x = 200 – 2 . 50 = 100

Los vértices de la región determinada por el sistema de inecuaciones son: A (40, 80), B (63 , 126) y C (100 , 50).



El máximo de la función f(x,y) en la región se alcanzará en alguno de los extremos de la región. Calculemos los valores de la función en los vértices,

x , y	*f (x,y) = x + y*	
40 , 80	*40 + 80 = 120*	
63 , 126	*63 + 126 = 189*	*Máximo*
100 , 500	*100 + 50 = 150*	

El máximo de la función f(x,y) = x + y en esta región es 189 y se alcanza en el punto (63 , 126).