

Problema 1. En una sucursal de una agencia de viajes se vende un total de 60 billetes de avión con destino a Londres, París y Roma. Sabiendo que el número de billetes para París es el doble de los vendidos para los otros dos destinos conjuntamente y que para Roma se emiten dos billetes más que la mitad de los vendidos para Londres, ¿cuántos billetes se han vendido para cada uno de los destinos?

Solución:

Llamando:

x = número de billetes vendidos con destino a Londres

y = “ “ “ “ “ “ “ París

z = “ “ “ “ “ “ “ Roma

Del enunciado del problema:

“se vende un total de 60 billetes” $\rightarrow x + y + z = 60$

“el número de billetes para París es el doble de los vendidos para los otros dos destinos conjuntamente”

$\rightarrow y = 2(x + z) \rightarrow y = 2x + 2z \rightarrow 2x - y + 2z = 0$

“para Roma se emiten dos billetes más que la mitad de los vendidos para Londres” $\rightarrow z = \frac{x}{2} + 2 \rightarrow$

$2z = x + 4 \rightarrow x - 2z = -4$

El sistema a resolver es:
$$\begin{cases} x + y + z = 60 \\ 2x - y + 2z = 0 \\ x - 2z = -4 \end{cases}$$

El determinante del sistema:
$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -2 \end{vmatrix} = 2 + 2 - 1 + 4 = 9 \neq 0$$
, por tanto es un sistema compatible

determinado y podemos resolverlo por Cramer.

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 60 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ -4 & 0 & -2 \end{vmatrix}}{9} = \frac{120 - 8 - 4}{9} = \frac{108}{9} = 12$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 60 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & -4 & -2 \end{vmatrix}}{9} = \frac{-8 + 120 + 8 + 240}{9} = \frac{360}{9} = 40$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 60 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -4 \end{vmatrix}}{9} = \frac{4 + 60 + 8}{9} = \frac{72}{9} = 8$$

Luego, se han vendido 12 billetes para Londres, 40 para París y 8 para Roma.