

**Problema 3.** La probabilidad de que tenga lugar el suceso A es  $\frac{2}{3}$ , la probabilidad de que no ocurra el suceso B es  $\frac{1}{4}$  y la probabilidad de que ocurra el suceso A o el suceso B es  $\frac{19}{24}$ .  
Calcula:

- La probabilidad de que ocurran a la vez el suceso A y el suceso B.
- La probabilidad de que no ocurra A y no ocurra B.
- La probabilidad de que ocurra A sabiendo que ha ocurrido B.
- ¿Son independientes los sucesos A y B? ¿Por qué?

*Solución:*

De los datos del problema sabemos:

$$\begin{cases} P(A) = \frac{2}{3} \\ P(\bar{B}) = \frac{1}{4} \rightarrow [\text{por probabilidad del suceso complementario}] \quad P(B) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \\ P(A \cup B) = \frac{19}{24} \end{cases}$$

Se pide

a)  $P(A \cap B)$

Sabemos que  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ , sustituyendo las probabilidades conocidas:

$$\frac{19}{24} = \frac{2}{3} + \frac{3}{4} - P(A \cap B) \rightarrow P(A \cap B) = \frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{19}{24} = \frac{16 + 18 - 19}{24} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$$

Luego,  $P(A \cap B) = \frac{5}{8}$

b)  $P(\bar{A} \cap \bar{B})$

Por las leyes de Morgan,  $\bar{A} \cap \bar{B} = \overline{A \cup B}$ , por lo que

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{19}{24} = \frac{24 - 19}{24} = \frac{5}{24}$$

Luego,  $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{5}{24}$

c)  $P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{5}{8}}{\frac{3}{4}} = \frac{20}{24} = \frac{5}{6}$

d) Dos sucesos son independientes si  $P(A \cap B) = P(A) P(B)$

En este caso: 
$$\begin{cases} P(A \cap B) = \frac{5}{8} \\ P(A) P(B) = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} = \frac{4}{8} \neq \frac{5}{8} \end{cases}$$

Luego, los sucesos A y B no son independientes.