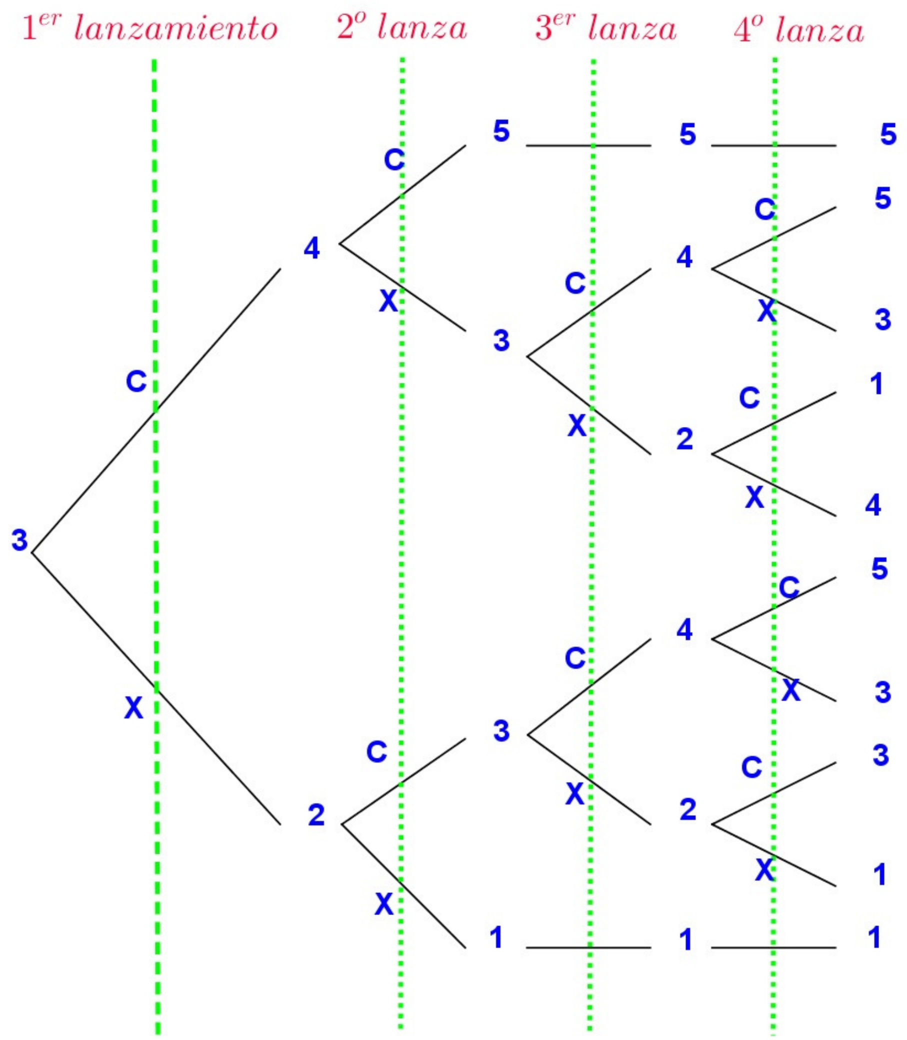
Problema 3. Imagina cinco sillas alineadas 1, 2, 3, 4, 5 y que un individuo está sentado inicialmente en la silla central (número 3). Se lanza una moneda al aire y, si el resultado es cara, se desplaza a la silla situada a su derecha, mientras que si el resultado es cruz, se desplaza a la situada a su izquierda. Se realizan sucesivos lanzamientos (y los cambios de silla consecutivos correspondientes) teniendo en cuenta que si tras alguno de ellos llega a sentarse en alguna de las sillas de los extremos (1 o 5), permanecerá sentado en ella con independencia de los resultados de los lanzamientos posteriores. Se pide:

a) Dibujar el diagrama de árbol para cuatro lanzamientos de moneda.
b) La probabilidad de que tras los **tres** primeros lanzamientos esté sentado de nuevo en la silla central (3).
c) La probabilidad de que tras los **tres** primeros lanzamientos esté sentado en alguna de las sillas de los extremos (1 o 5).
d) La probabilidad de que tras los **cuatro** primeros lanzamientos esté sentado en alguna de las sillas de los extremos (1 o 5).

Solución:
Al lanzar la moneda, si sale cara se desplaza a la derecha (hay que sumar 1 al número de la silla); si sale cruz de desplaza a la izquierda (hay que restar 1 al numero de la silla).
Y, además, cuando esté en las sillas de los extremos (1 ó 5) ya no se mueve independientemente del resultado del lanzamiento.

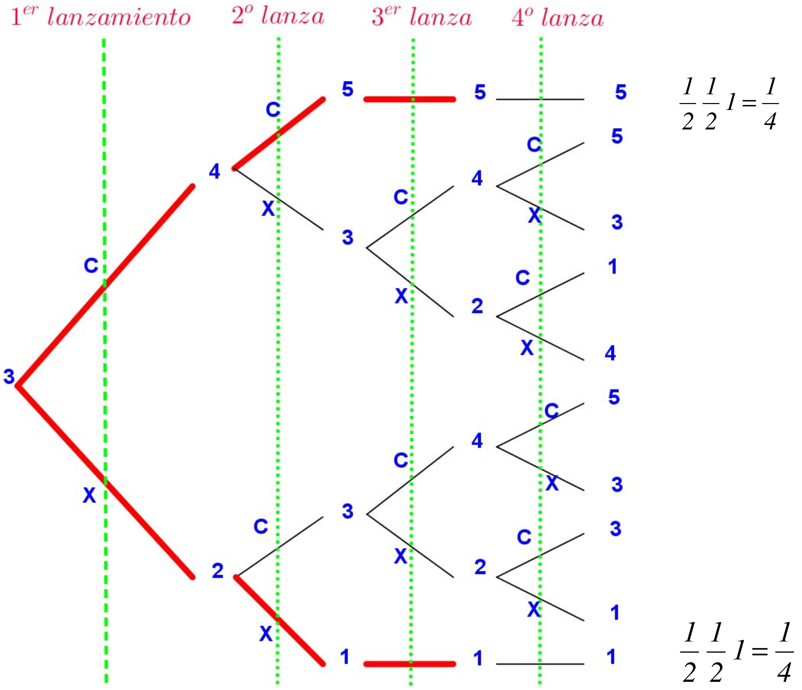
Representamos: C = ha salido cara y X = ha salido cruz $\rightarrow$ $P(C) = P(X) = \frac{1}{2}$

a) El diagrama de árbol para cuatro lanzamientos de moneda será:



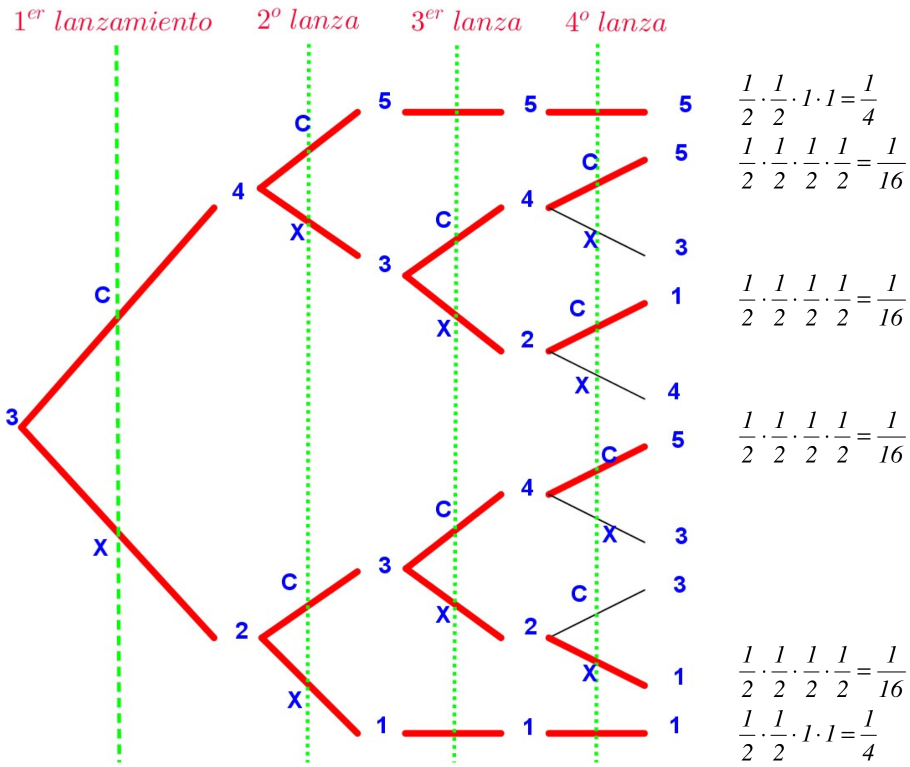
b) En el árbol, tras los tres primeros lanzamientos se está en la silla 1 o 2 o 4 o 5, en ningún caso en la 3.
Por tanto, P *(tras tres lanzamientos esté en 3) = 0*

c) En el árbol, tras los tres primeros lanzamientos se está en la silla 1 o 5 en los casos marcados, y calculamos la probabilidad de cada caso.



Finalmente, P *(tras tres lanzamientos esté en 1 o 5)* $=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$

d) En el árbol, tras los cuatro primeros lanzamientos se está en la silla 1 o 5 en los casos marcados,



Finalmente, P *(tras cuatro lanzamientos esté en 1 o 5)* $=2\cdot\frac{1}{4}+4\cdot\frac{1}{16}=\frac{2}{4}+\frac{4}{16}=\frac{2}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$