

OPCIÓN A

Problema 3. En un estudio realizado en un comercio se ha determinado que el 68% de las compras se pagan con tarjeta de crédito. El 15% de las compras superan los 500 € y ambas circunstancias (una compra supera los 500 € y se paga con tarjeta de crédito) se da el 5% de las veces. Calcula la probabilidad de que:

- a) Una compra no supere los 500 € y se pague en efectivo. (3 puntos)
 b) Una compra no pase de 500 € si no se ha pagado con tarjeta de crédito. (4 puntos)
 c) Una compra se pague con tarjeta de crédito si no ha superado los 500 €. (3 puntos)

Solución:

Consideremos los siguientes sucesos:

T = pagar con tarjeta de crédito

\bar{T} = pagar en efectivo

D = la compra supera los 500€

\bar{D} = la compra no supera los 500€

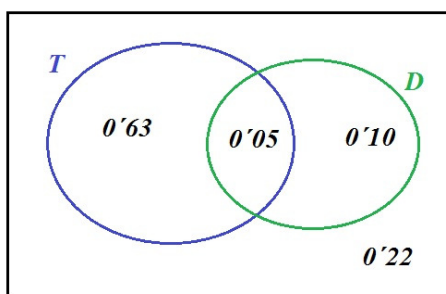
De los datos del problema obtenemos:

“un comercio se ha determinado que el 68% de las compras se pagan con tarjeta de crédito” $\rightarrow P(T) = 0'68$

“el 15% de las compras superan los 500 €” $\rightarrow P(D) = 0'15$

“ambas circunstancias (una compra supera los 500 € y se paga con tarjeta de crédito) se da el 5% de las veces” $\rightarrow P(T \cap D) = 0'05$

El diagrama de sucesos es:



$$0'63 + 0'05 = 0'68$$

$$0'05 + 0'10 = 0'15$$

$$1 - (0'63 + 0'05 + 0'10) = 0'22$$

- a) Probabilidad de que una compra no supere los 500 € y se pague en efectivo.

Se pide $P(\bar{D} \cap \bar{T}) = (\text{según el diagrama}) = 0'22$

Otra forma:

$$\begin{aligned} P(\bar{D} \cap \bar{T}) &= (\text{por leyes de Morgan}) = P(\overline{D \cup T}) = 1 - P(D \cup T) = 1 - [P(D) + P(T) - P(D \cap T)] = \\ &= 1 - [0'15 + 0'68 - 0'05] = 0'22 \end{aligned}$$

Luego, la probabilidad de que una compra no supere los 500 € y se pague en efectivo es 0'22

- b) Probabilidad de que una compra no pase de 500 € si no se ha pagado con tarjeta de crédito

$$\text{Se pide } P\left(\frac{\bar{D}}{\bar{T}}\right) = \frac{P(\bar{D} \cap \bar{T})}{P(\bar{T})} = \frac{0'22}{1 - 0'68} = \frac{0'22}{0'32} = 0'6875$$

Por tanto, la probabilidad de que una compra no pase de 500 € si no se ha pagado con tarjeta de crédito es **0'6875**

c) Probabilidad de que una compra se pague con tarjeta de crédito si no ha superado los 500 €

$$\text{Se pide } P\left(\frac{T}{\bar{D}}\right) = \frac{P(T \cap \bar{D})}{P(\bar{D})} = \frac{0'63}{0'85} = 0'7412$$

Cálculo de las probabilidades de la fracción:

➤ Por el diagrama de sucesos se obtienen directamente ambas probabilidades.

➤ Por propiedades de las probabilidades:

$$P(\bar{D}) = 1 - P(D) = 1 - 0'15 = 0'85 \quad (\text{probabilidad del suceso contrario})$$

El cálculo de $P(T \cap \bar{D})$ lo realizamos de la siguiente forma:

$$\bar{D} = \bar{D} \cap E = \bar{D} \cap (T \cup \bar{T}) = (\bar{D} \cap T) \cup (\bar{D} \cap \bar{T}),$$

$$\text{como } (\bar{D} \cap T) \cap (\bar{D} \cap \bar{T}) = \bar{D} \cap T \cap \bar{T} = \emptyset \rightarrow$$

$$P(\bar{D}) = P\left((\bar{D} \cap T) \cup (\bar{D} \cap \bar{T})\right) = P(\bar{D} \cap T) + P(\bar{D} \cap \bar{T})$$

$$0'85 = P(\bar{D} \cap T) + 0'22 \rightarrow P(\bar{D} \cap T) = 0'85 - 0'22 = 0'63$$

Por tanto, la probabilidad de que una compra se pague con tarjeta de crédito si no ha superado los 500 € es **0'7412**