

Problema 1. Dada las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 3 & 1 & -2 \\ 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 7 & 4 & 1 \\ 1 & -1 & 4 \\ 8 & 4 & 6 \end{pmatrix}$, se pide:

- a) Calcula A^{-1} . (5 puntos)
 b) Calcula una matriz X , de orden 3×3 , que cumpla $A X = C$. (5 puntos)

Solución:

a) Cálculo de A^{-1} .

Calculamos $|A|$, $|A| = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 3 & 1 & -2 \\ 5 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 6 + 15 - 10 - 25 + 4 + 9 = 19$

Como $|A| \neq 0 \rightarrow$ existe A^{-1} . Procedamos a su cálculo,

$$A \xrightarrow{\text{menores}} \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} -1 & 5 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} -1 & 5 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 19 & -2 \\ -8 & -19 & 7 \\ -3 & -19 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{adjuntos}} \begin{pmatrix} 5 & -19 & -2 \\ 8 & -19 & -7 \\ -3 & 19 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{traspuesta}} \begin{pmatrix} 5 & 8 & -3 \\ -19 & -19 & 19 \\ -2 & -7 & 5 \end{pmatrix}$$

Finalmente, $A^{-1} = \frac{1}{19} \begin{pmatrix} 5 & 8 & -3 \\ -19 & -19 & 19 \\ -2 & -7 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5/19 & 8/19 & -3/19 \\ -1 & -1 & 1 \\ -2/19 & -7/19 & 5/19 \end{pmatrix}$

b) ¿Matriz X ? / $A X = C$

Como existe A^{-1} , multiplicando por la izquierda por A^{-1} , $A^{-1} A X = A^{-1} C$

Como $A^{-1} A = I$, $I X = A^{-1} C \rightarrow X = A^{-1} C$

Procedamos al cálculo de X ,

$$X = \begin{pmatrix} 5/19 & 8/19 & -3/19 \\ -1 & -1 & 1 \\ -2/19 & -7/19 & 5/19 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & 4 & 1 \\ 1 & -1 & 4 \\ 8 & 4 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{35+8-24}{19} & \frac{35+8-24}{19} & \frac{35+8-24}{19} \\ -7-1+8 & -4+1+4 & -1-4+6 \\ \frac{-14-7+40}{19} & \frac{-8+7+20}{19} & \frac{-2-28+30}{19} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Por tanto, $X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$