

Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas

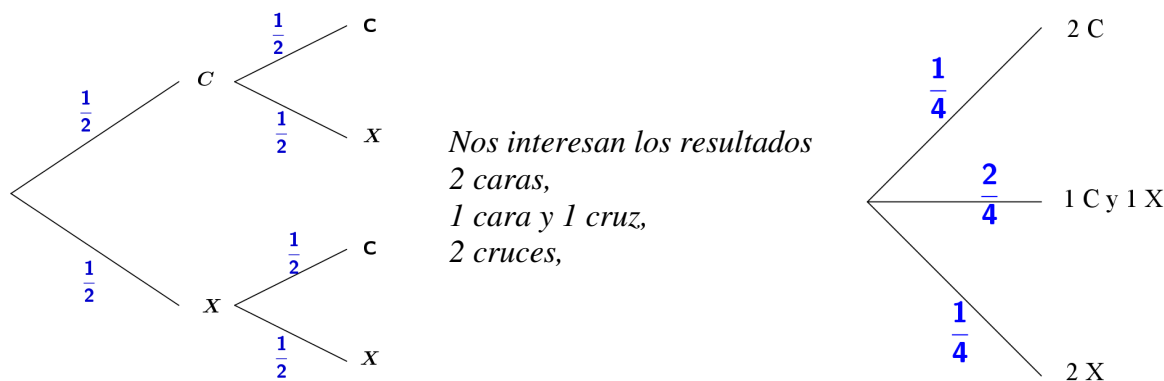
Problema 6. En un juego se lanzan dos monedas equilibradas y un dado de seis caras equilibrado. Un jugador gana si obtiene dos caras y un número par en el dado, o bien, si obtiene exactamente una cara y un número mayor o igual que cinco en el dado.

- a) Calcula la probabilidad de que el jugador gane. (2'5 puntos)
- b) Si se sabe que ha ganado, ¿cuál es la probabilidad de que obtuviera dos caras al lanzar las monedas? (2'5 puntos)
- c) Si se sabe que ha ganado, ¿cuál es la probabilidad de que obtuviera un cinco al lanzar el dado? (2'5 puntos)
- d) Llamemos A al suceso “el jugador no gana” y llamemos B al suceso “el jugador obtiene un seis al lanzar el dado”. ¿Son independientes los sucesos? (2'5 puntos)

Solución:

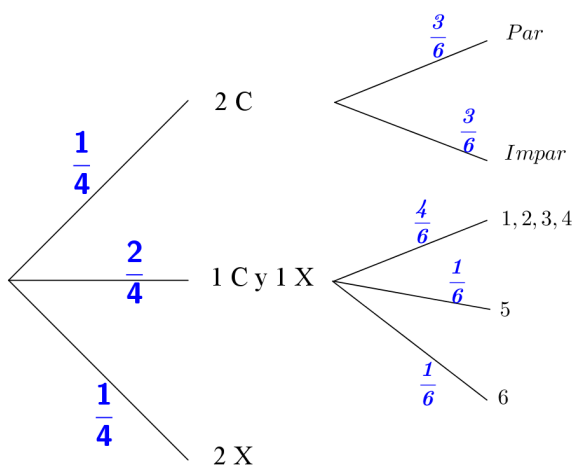
Este problema consiste en lanzar dos monedas y un dado, directamente su árbol sería bastante grande (24 resultados). Ahora bien, considerando las condiciones en que se gana podremos simplificar el árbol.

Veamos el árbol del lanzamiento de dos monedas,



Del resultado del dado no interesa, cuando salen dos caras si es par o no y cuando sale una cara que sea 5 o 6. Cuando salen dos cruces no interesa el resultado del dado.

Por tanto el árbol “completo” sería:



a) Probabilidad de que el jugador gane.

El jugador gana cuando obtiene dos caras y número par o una sola cara y 5 o 6.

$$P(\text{ganar}) = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{6} + \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{6} + \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{6} = \frac{3}{24} + \frac{2}{24} + \frac{2}{24} = \frac{7}{24}$$

Respuesta: la probabilidad de que el jugador gane es $7/24$.

b) Si se sabe que ha ganado, ¿cuál es la probabilidad de que obtuviera dos caras al lanzar las monedas?

La probabilidad pedida es: $P\left(\frac{2C}{\text{ganar}}\right)$

$$P\left(\frac{2C}{\text{ganar}}\right) = \frac{P(2C \cap \text{ganar})}{P(\text{ganar})} = \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{6}}{\frac{7}{24}} = \frac{\frac{3}{24}}{\frac{7}{24}} = \frac{3}{7}$$

La probabilidad pedida es 3/7.

c) Si se sabe que ha ganado, ¿cuál es la probabilidad de que obtuviera un cinco al lanzar el dado?

La probabilidad pedida es: $P\left(\frac{\text{obtener } 5}{\text{ganar}}\right)$

$$P\left(\frac{\text{obtener } 5}{\text{ganar}}\right) = \frac{P(\text{obtener } 5 \cap \text{ganar})}{P(\text{ganar})} = \frac{\frac{2}{4} \cdot \frac{1}{6}}{\frac{7}{24}} = \frac{\frac{2}{24}}{\frac{7}{24}} = \frac{2}{7}$$

La probabilidad pedida es 2/7.

d) Llamemos A al suceso “el jugador no gana” y llamemos B al suceso “el jugador obtiene un seis al lanzar el dado”. ¿Son independientes los sucesos?

Estos dos sucesos serán independientes si $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

$$P(A) = 1 - P(\text{ganar}) = 1 - \frac{7}{24} = \frac{17}{24}, \quad P(B) = \frac{1}{6}$$

Al obtener un 6 en el dado para que no gane tienen que salir 2 cruces en las monedas, por tanto

$$P(A \cap B) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{24}$$

$$\left. \begin{array}{l} P(A \cap B) = \frac{1}{24} \\ P(A) \cdot P(B) = \frac{17}{24} \cdot \frac{1}{6} = \frac{17}{144} \end{array} \right\} \rightarrow P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B)$$

Los sucesos A y B no son independientes.