

Problema 5. Un 30 % de los directivos de una empresa sabe inglés y alemán. En dicha empresa, el 40 % de los directivos sabe inglés. Además, de los directivos que saben alemán, el 40 % sabe también inglés. Seleccionamos un directivo al azar.

- ¿Qué probabilidad hay de que el directivo sepa alemán? (4 puntos)
- ¿Qué probabilidad hay de que el directivo sepa alemán y no inglés? (3 puntos)
- Si el directivo no sabe alemán, ¿cuál es la probabilidad de que sepa inglés? (3 puntos)

Solución:

Utilizando los sucesos: I = el directivo sabe inglés y A = el directivo sabe alemán

(Denotamos por I^c y A^c , respectivamente, el suceso complementario de I y el suceso complementario de A).

Los datos del problema son:

“Un 30 % de los directivos de una empresa sabe inglés y alemán” $\rightarrow P(I \cap A) = 0.30$,

“el 40 % de los directivos sabe inglés” $\rightarrow P(I) = 0.40$ y

“Además, de los directivos que saben alemán, el 40 % sabe también inglés” $\rightarrow P\left(\frac{I}{A}\right) = 0.40$.

- a) ¿Qué probabilidad hay de que el directivo sepa alemán? Debemos obtener $P(A)$.

$$P\left(\frac{I}{A}\right) = \frac{P(I \cap A)}{P(A)} \rightarrow 0.40 = \frac{0.30}{P(A)} \rightarrow P(A) = \frac{0.3}{0.4} = 0.75$$

Solución: $P(A) = 0.75$.

- b) ¿Qué probabilidad hay de que el directivo sepa alemán y no inglés? Debemos obtener $P(A \cap I^c)$

$A = \{I \cup I^c = U \text{ suceso seguro}\} A \cap (I \cup I^c) = (A \cap I) \cup (A \cap I^c)$, luego

$$P(A) = P[(A \cap I) \cup (A \cap I^c)] = P(A \cap I) + P(A \cap I^c) - P(A \cap I \cap A \cap I^c) =$$

$$A \cap I \cap A \cap I^c = A \cap I \cap I^c = \{\text{Como } I \cap I^c = \emptyset\} = A \cap \emptyset = \emptyset \quad \{\text{suceso imposible}\}$$

$$= P(A \cap I) + P(A \cap I^c) - P(\emptyset) = P(A \cap I) + P(A \cap I^c) - 0 = P(A \cap I) + P(A \cap I^c)$$

Hemos obtenido: $P(A) = P(A \cap I) + P(A \cap I^c)$

Sustituyendo las probabilidades conocidas:

$$\rightarrow 0.75 = 0.3 + P(A \cap I^c) \rightarrow P(A \cap I^c) = 0.75 - 0.3 = 0.45$$

Solución: la probabilidad hay de que el directivo sepa alemán y no inglés es 0.45.

- c) Si el directivo no sabe alemán, ¿cuál es la probabilidad de que sepa inglés? Debemos obtener $P\left(\frac{I}{A^c}\right)$

$$P\left(\frac{I}{A^c}\right) = \frac{P(I \cap A^c)}{P(A^c)} = \frac{P(I \cap A^c)}{1 - P(A)} = \frac{P(I \cap A^c)}{1 - 0.75} = \frac{P(I \cap A^c)}{0.25} =$$

Calculemos $P(I \cap A^c)$ de forma similar al cálculo realizado en el apartado anterior.

$I = \{A \cup A^c = U \text{ suceso seguro}\} I \cap (A \cup A^c) = (I \cap A) \cup (I \cap A^c)$, luego

$$P(I) = P[(I \cap A) \cup (I \cap A^c)] = P(I \cap A) + P(I \cap A^c) - P(I \cap A \cap I \cap A^c) =$$

$$A \cap I \cap A \cap I^c = A \cap I \cap I^c = \{\text{Como } I \cap I^c = \emptyset\} = A \cap \emptyset = \emptyset \quad \{\text{suceso imposible}\}$$

Entonces $P(I) = P(I \cap A) + P(I \cap A^c) - P(\emptyset) = P(I \cap A) + P(I \cap A^c) - 0 = P(I \cap A) + P(I \cap A^c)$

Hemos obtenido: $P(I) = P(I \cap A) + P(I \cap A^c) \rightarrow 0.4 = 0.3 + P(I \cap A^c) \rightarrow P(I \cap A^c) = 0.4 - 0.3 = 0.1$

Finalmente, $P(I/A^c) = \frac{P(I \cap A^c)}{P(A^c)} = \frac{0.1}{0.25} = 0.4$

Solución: la probabilidad hay de que si el directivo no sabe alemán sepa inglés es 0.40.

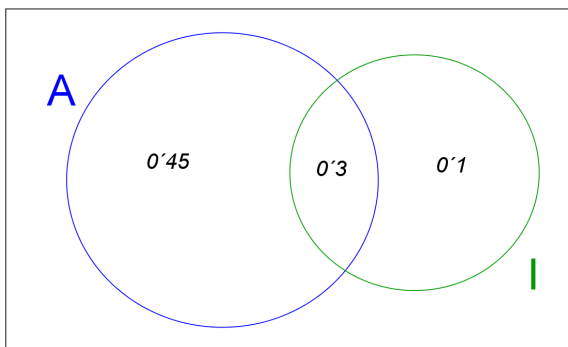
* * * * *

Los apartados b y c podemos resolverlos utilizando el diagrama de Venn de estos dos sucesos. De los datos y cálculos realizados inicialmente y en el apartado a) se deduce que:

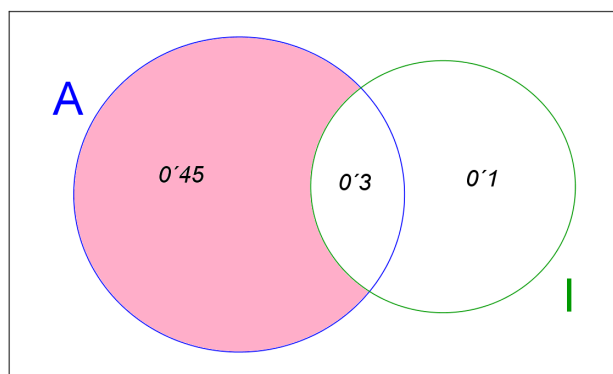
$P(I) = 0.4$

$P(I \cap A) = 0.3$

$P(A) = 0.75 \rightarrow P(A^c) = 0.25$



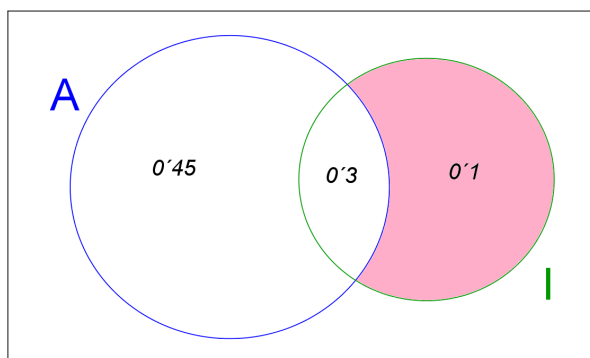
b) ¿ $P(A \cap I^c)$?



$P(A \cap I^c) = 0.45$

c) ¿ $P(I/A^c)$?

$I \cap A^c$ es:



$P(I/A^c) = \frac{P(I \cap A^c)}{P(A^c)} = \frac{0.1}{0.25} = 0.4$