

EJERCICIO A

PROBLEMA 2. Obtener de forma razonada la matriz X que verifica $A \bullet X = 2B - C$, siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -5 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -2 & -7 \\ 13 & 2 \end{pmatrix}$$

Solución:

Partimos de $A X = 2B - C$, si existe A^{-1} podemos obtener la matriz X de la siguiente forma, multiplicando la expresión anterior por A^{-1} por la izquierda

$$A^{-1} A X = A^{-1} (2B - C)$$

$$I X = A^{-1} (2B - C)$$

$$X = A^{-1} (2B - C)$$

Veamos si podemos calcular A^{-1}

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -5 & 0 \end{vmatrix} = 5 \neq 0 \quad \text{luego } \exists A^{-1}$$

Cálculo de A^{-1}

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -5 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\alpha_{1j}} \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{A_j} \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{A_{ji}} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \rightarrow A^{-1} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{5} \\ 1 & \frac{2}{5} \end{pmatrix}$$

Antes de calcular la matriz X , calculemos $2B - C$,

$$2B - C = 2 \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 & -7 \\ 13 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & -8 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ -13 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & -1 \\ -15 & 0 \end{pmatrix}$$

y finalmente

$$X = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{5} \\ 1 & \frac{2}{5} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 8 & -1 \\ -15 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \cdot 8 + \frac{1}{5} \cdot 15 & 0 \cdot (-1) - \frac{1}{5} \cdot 0 \\ 1 \cdot 8 - \frac{2}{5} \cdot 15 & 1 \cdot (-1) + \frac{2}{5} \cdot 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$