

EJERCICIO B

PROBLEMA 1. Dados los puntos del plano (1,1) y (3,-2), se pide: a) encontrar de forma razonada la ecuación de la recta que pasa por ambos puntos, b) deducir si dicha recta es paralela o si corta a la recta de ecuación $3x + y = 5$, y c) en este último caso, calcular el punto de corte.

Solución:

Llamamos a los puntos $A(1,1)$ y $B(3,-2)$

a) Recta que pasa por ambos puntos.

La ecuación de una recta es de la forma $y = m x + n$. Para calcular los valores de m y n utilizamos los dos puntos A y B.

Como la recta pasa por $A(1,1) \rightarrow 1 = m \cdot 1 + n \rightarrow 1 = m + n$

Como la recta pasa por $B(3,-2) \rightarrow -2 = m \cdot 3 + n \rightarrow -2 = 3m + n$

Tenemos dos ecuaciones y dos incógnitas podemos resolver el sistema,

$$\begin{cases} 1 = m + n \\ -2 = 3m + n \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Multiplicamos la} \\ \text{1ª ecuación por } -1 \end{array} \quad \begin{cases} -1 = -m - n \\ -2 = 3m + n \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Sumando ambas} \\ \text{ecuaciones} \end{array} \quad -3 = 2m \rightarrow m = \frac{-3}{2}$$

Sustituyendo el valor de m en la 1ª ecuación

$$1 = \frac{-3}{2} + n \rightarrow n = 1 + \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$$

La ecuación de la recta será: $y = \frac{-3}{2}x + \frac{5}{2}$ quitando denominadores $2y = -3x + 5 \rightarrow 3x + 2y = 5$

La ecuación de la recta que pasa por los puntos A y B es: $3x + 2y = 5$

b) Para ver si las rectas $3x + 2y = 5$ y $3x + y = 5$ son paralelas o se cortan resolvemos el sistema de ecuaciones formado por ellas,

$$\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 3x + y = 5 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Multiplicamos la} \\ \text{2ª ecuación por } -1 \end{array} \quad \begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ -3x - y = -5 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Sumando ambas} \\ \text{ecuaciones} \end{array} \quad y = 0$$

Sustituyendo el valor de y en la 1ª ecuación

$$3x + 2 \cdot 0 = 5 \rightarrow 3x = 5 \rightarrow x = \frac{5}{3}$$

Como el sistema tiene solución las dos rectas se cortan.

c) Ambas rectas se cortan en el punto obtenido en el apartado anterior, es decir, $\left(\frac{5}{3}, 0\right)$