

**EJERCICIO B**

**PROBLEMA 2.** Calcular los puntos de la región definida por

$$\begin{aligned} x + y &\geq 6 \\ 2x + y &\leq 15 \\ 3 &\leq x \leq 6 \\ 2 &\leq y \leq 5 \end{aligned}$$

donde la función  $z = 3x + 2y$  alcanza los valores máximo y mínimo. Calcular dichos valores.

*Solución:*

*Cálculos para representar gráficamente las restricciones,*

|   |     |  |  |     |  |
|---|-----|--|--|-----|--|
| $x + y \geq 6$  |     |  | $2x + y \leq 15$   |     |  |
| $x + y = 6$   |     |  | $2x + y = 15$  |     |  |
| $x$   | $y$ |  | $x$  | $y$ |  |
| 0   | 6   |  | 0  | 15  |  |
| 6   | 0   |  | 7.5  | 0   |  |
| $(0,0)$ ¿cumple la restricción? No<br>$0 + 0 \geq 6$ No |     |  | $(0,0)$ ¿cumple la restricción? Sí<br>$2 \cdot 0 + 0 \leq 15$ Sí |     |  |

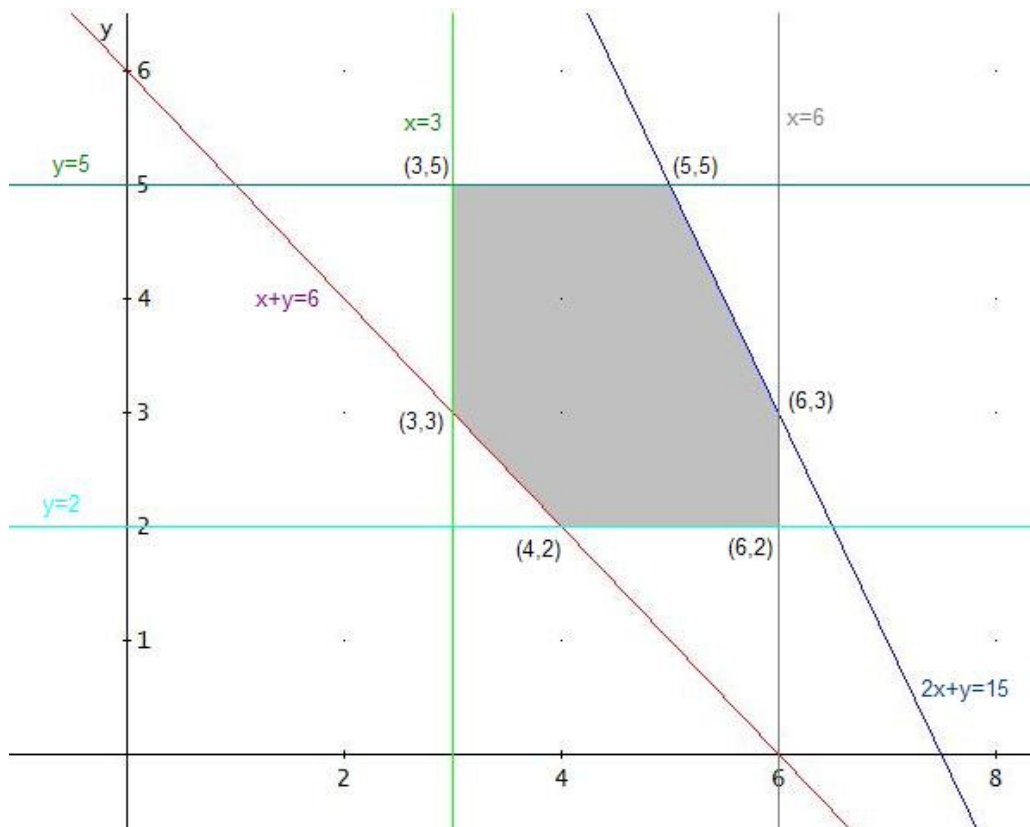
*Calculemos los puntos de corte que necesitamos conocer,*

|  |   |                                |
|--|---|--------------------------------|
| $\begin{cases} x + y = 6 \\ 2x + y = 15 \end{cases}$ | Restando ambas ecuaciones, $x = 9$<br>Sustituyendo en la 1ª, $9 + y = 6$ ; $y = -3$ | El punto de corte es $(9, -3)$ |
|--|---|--------------------------------|

*Los restantes puntos de corte se obtienen más fácilmente,*

|  |  |
|--|--|
| Entre $x + y = 6$ y $x = 3$ , $(3, 3)$ | Entre $2x + y = 15$ y $x = 3$ , $(3, 9)$   |
| Entre $x + y = 6$ y $x = 6$ , $(6, 0)$ | Entre $2x + y = 15$ y $x = 6$ , $(6, 3)$   |
| Entre $x + y = 6$ e $y = 2$ , $(4, 2)$ | Entre $2x + y = 15$ e $y = 2$ , $(6.5, 2)$ |
| Entre $x + y = 6$ e $y = 5$ , $(1, 5)$ | Entre $2x + y = 15$ e $y = 5$ , $(5, 5)$   |

*La región factible está formada por los puntos de la zona coloreada.*



Estudiamos la función  $z$  en los extremos de la región factible,

| $(x,y)$  | $z = 3x + 2y$                |        |
|----------|------------------------------|--------|
| $(3, 3)$ | $3 \cdot 3 + 2 \cdot 3 = 15$ | mínimo |
| $(3, 5)$ | $3 \cdot 3 + 2 \cdot 5 = 19$ |        |
| $(5, 5)$ | $3 \cdot 5 + 2 \cdot 5 = 25$ | máximo |
| $(6, 3)$ | $3 \cdot 6 + 2 \cdot 3 = 24$ |        |
| $(6, 2)$ | $3 \cdot 6 + 2 \cdot 2 = 22$ |        |
| $(4, 2)$ | $3 \cdot 4 + 2 \cdot 2 = 16$ |        |

Solución:

La función  $z = 3x + 2y$  alcanza  
el mínimo en el punto  $(3, 3)$  con un valor de 15  
el máximo en el punto  $(5, 5)$  con un valor de 25