

EJERCICIO B

PROBLEMA 1. Calcular la matriz $X = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix}$ que verifica la ecuación matricial $A X B = C$, siendo

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -8 \end{pmatrix}.$$

Solución:

La ecuación matricial $A X B = C$ podremos resolverla si existen las inversas de las matrices A y B .

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 1 \neq 0 \Rightarrow \exists A^{-1}$$

$$|B| = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -3 \end{vmatrix} = -3 + 2 = -1 \neq 0 \Rightarrow \exists B^{-1}$$

Calculamos A^{-1} y B^{-1}

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\alpha_{ij}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{A_{ij}} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{A_{ji}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow A^{-1} = \frac{1}{1} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} \xrightarrow{\alpha_{ij}} \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{A_{ij}} \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{A_{ji}} \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow B^{-1} = \frac{1}{-1} \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

Calculamos la matriz X ,

$$A X B = C$$

$$A^{-1} A X B B^{-1} = A^{-1} C B^{-1}$$

$$X = A^{-1} C B^{-1}$$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -2 & -6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3+2 & -2+2 \\ -6+6 & -4+6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Solución $X = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$