

**BLOQUE D**

**PROBLEMA D1.** Una empresa va a construir dos tipos de apartamentos, uno de lujo y otro de superlujo. El coste del modelo de lujo es de 1 millón de euros y del de superlujo 1,5 millones, disponiendo para la operación 60 millones de euros. Para evitar riesgos, se cree conveniente construir al menos tantos apartamento de lujo como de superlujo y, en todo caso, no construir más de 45 apartamentos de lujo. ¿Cuántos apartamentos de cada tipo le interesa construir a la empresa si quiere maximizar el número total de apartamentos construidos? ¿Agotará el presupuesto disponible?

*Solución:*

*Utilizamos las siguientes variables:*

$x = n^\circ$  de apartamentos de lujo

$y = n^\circ$  de apartamentos de superlujo

*Del enunciado del problema obtenemos:*

“Dispone para la operación de 60 millones de euros”  $\rightarrow 1.000.000 x + 1.500.000 y \leq 60.000.000 \rightarrow$

$$10x + 15y \leq 600 \rightarrow 2x + 3y \leq 120$$

“construir al menos tantos apartamento de lujo como de superlujo”  $\rightarrow x \geq y$

“no construir más de 45 apartamentos de lujo”  $\rightarrow x \leq 45$

“maximizar el número total de apartamentos construidos”  $\rightarrow$  maximizar  $z = x + y$

*Por lo tanto el problema a resolver será:*

$$\text{Maximizar } z = x + y$$

$$s.a. \begin{cases} 2x + 3y \leq 120 \\ x \leq 45 \\ x \geq y \\ x, y \in N \end{cases}$$

*Cálculos para representar las restricciones*

$$2x + 3y \leq 120$$

$$(1) \quad 2x + 3y = 120$$

$x$	$y$
0	40
60	0

¿(0,0) cumple?

$$2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 \leq 120 \quad \text{Sí}$$

$$x \leq 45$$

$$(2) \quad x = 45$$

$x$	$y$
45	0
45	40

¿(0,0) cumple?

$$0 \leq 45 \quad \text{Sí}$$

$$x \geq y$$

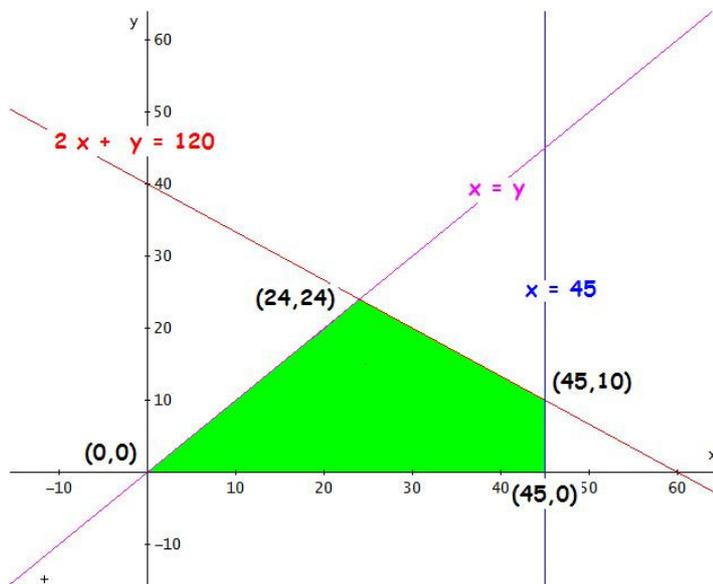
$$(3) \quad x = y$$

$x$	$y$
0	0
60	60

¿(20,10) cumple?

$$20 \geq 10 \quad \text{Sí}$$

*La representación gráfica:*



La región factible es cerrada y limitada por los puntos que calcularemos a continuación.

La región factible son los puntos de coordenada natural de la zona coloreada.

Los vértices de la región del apartado anterior los obtendremos calculando los siguientes puntos de corte,

A,  $(1) \cap (3)$

$$(1) \begin{cases} 2x + 3y = 120 \\ (3) \begin{cases} x = y \end{cases} \end{cases}$$

sustituyendo el valor de  $x$  en la 1ª ecuación,

$$2y + 3y = 120$$

$$5y = 120$$

$$y = \frac{120}{5} = 24$$

$$\text{luego } x = 24 \rightarrow A(24, 24)$$

B,  $(1) \cap (2)$

$$(1) \begin{cases} 2x + 3y = 120 \\ (2) \begin{cases} x = 45 \end{cases} \end{cases}$$

sustituyendo el valor de  $x$  en la 1ª ecuación,

$$2 \cdot 45 + 3y = 120$$

$$90 + 3y = 120$$

$$3y = 120 - 90$$

$$3y = 30$$

$$y = \frac{30}{3} = 10 \rightarrow B(45, 10)$$

Los otros dos vértices de la región son, evidentemente,  $(0, 0)$  y  $(45, 0)$

Sabemos que la función  $z$  alcanzará el máximo en alguno de los extremos de la región.

$(x, y)$	$z = x + y$
$(0, 0)$	0
$(24, 24)$	$24 + 24 = 48$
$(45, 10)$	$45 + 10 = 55$ máximo
$(45, 0)$	45

El máximo se alcanza en el punto  $(45, 10)$  que significa: la empresa debe construir 45 apartamento de lujo y 10 de superlujo para maximizar el número total de apartamentos construidos con las restricciones impuestas.

El coste de construir este número de apartamentos será de,

$$1.000.000 \cdot 45 + 1.500.000 \cdot 10 = 45.000.000 + 15.000.000 = 60.000.000 \text{ €}$$

por lo que agota el presupuesto disponible.