

OPCIÓN B

PROBLEMA 1. En un cine se han vendido en una semana un total de 1405 entradas y la recaudación ha sido de 7920 euros. El precio de la entrada normal es de 6 euros y la del día del espectador 4 euros. El precio de la entrada para los jubilados es siempre de 3 euros. Se sabe, además, que la recaudación de las entradas de precio reducido es igual al 10% de la recaudación de las entradas normales. ¿Cuántas entradas de cada tipo se han vendido?

Solución:

Utilizando las siguientes incógnitas:

x = número de entradas normales (a 6 euros)

y = número de entradas del día del espectador (a 4 euros)

z = número de entradas para jubilados (a 3 euros)

de los datos del problema podemos obtener las siguientes ecuaciones,

“se han vendido 1405 entradas” $\rightarrow x + y + z = 1405$

“la recaudación ha sido de 7920 euros” $\rightarrow 6x + 4y + 3z = 7920$

“la recaudación de las entradas de precio reducido es igual al 10%”

de la recaudación de las entradas normales” $\rightarrow 4y + 3z = 10\% \text{ de } 6x \rightarrow 4y + 3z = 0,6x \rightarrow -0,6x + 4y + 3z = 0$

El sistema a resolver será:

$$\begin{cases} x + y + z = 1405 \\ 6x + 4y + 3z = 7920 \\ -0,6x + 4y + 3z = 0 \end{cases} \quad \text{su matriz ampliada: } \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1405 \\ 6 & 4 & 3 & 7920 \\ -0,6 & 4 & 3 & 0 \end{array} \right)$$

Como A , matriz de coeficientes, es 3×3 , su máximo rango es 3. Como A' , matriz ampliada, es 3×4 , su máximo rango es 3. Por lo tanto empezamos estudiando el rango de A .

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 6 & 4 & 3 \\ -0,6 & 4 & 3 \end{vmatrix} = 12 + 24 - 18 + 2,4 - 12 - 18 = 6,6 \neq 0$$

Por lo tanto $\text{rang}(A) = 3$, en consecuencia también $\text{rang}(A') = 3$.

Como $\text{rang}(A) = \text{rang}(A') = 3 = n^\circ$ de incógnitas \rightarrow el sistema es compatible y determinado.

Podemos resolver el sistema por el método de Cramer,

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 1405 & 1 & 1 \\ 7920 & 4 & 3 \\ 0 & 4 & 3 \end{vmatrix}}{6,6} = \frac{16860 + 31680 - 16860 - 23760}{6,6} = \frac{7920}{6,6} = 1200$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1405 & 1 \\ 6 & 7920 & 3 \\ -0,6 & 0 & 3 \end{vmatrix}}{6,6} = \frac{23760 - 2529 + 4752 - 25280}{6,6} = \frac{693}{6,6} = 105$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1405 \\ 6 & 4 & 7920 \\ -0,6 & 4 & 0 \end{vmatrix}}{6,6} = \frac{33720 - 4752 + 3372 - 31680}{6,6} = \frac{660}{6,6} = 100$$

Solución: se han vendido 1200 entradas normales, 105 del día del espectador y 100 para jubilados.