

OPCIÓN A

Problema 1. Plantea y escribe el sistema de ecuaciones lineales cuya matriz de coeficientes es

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -4 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix} \text{ y cuyo término independiente es } \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \text{ Resuelve el sistema.}$$

Solución:

$$\text{El sistema será: } \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -4 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Efectuando el producto matricial, } \begin{pmatrix} 2x+3y-z \\ -4x+2y+z \\ 2x+2y-z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Y, finalmente, el sistema es: } \begin{cases} 2x+3y-z=3 \\ -4x+2y+z=0 \\ 2x+2y-z=1 \end{cases}$$

Resolvamos el sistema por el método de Gauss.

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & | & 3 \\ -4 & 2 & 1 & | & 0 \\ 2 & 2 & -1 & | & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ F_2+2xF_1 \\ F_3-F_1 \end{matrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & | & 3 \\ 0 & 8 & -1 & | & 6 \\ 0 & -1 & 0 & | & -2 \end{pmatrix}$$

Esta preparado para resolver,

$$\text{de } F_3 \rightarrow -y = -2 \rightarrow y = 2$$

$$\text{de } F_2 \rightarrow 8y - z = 6, \text{ sustituyendo el valor obtenido de } y \\ 8 \cdot 2 - z = 6; \quad 16 - z = 6; \quad 16 - 6 = z; \quad z = 10$$

$$\text{de } F_1 \rightarrow 2x + 3y - z = 3, \text{ sustituyendo los valores obtenidos de } z \text{ e } y$$

$$2x + 3 \cdot 2 - 10 = 3; \quad 2x + 6 - 10 = 3; \quad 2x - 4 = 3; \quad 2x = 3 + 4; \quad 2x = 7; \quad x = \frac{7}{2}$$

$$\text{La solución del sistema es: } \begin{cases} x = \frac{7}{2} \\ y = 2 \\ z = 10 \end{cases}$$

* * *

Resolvamos el sistema por el método de Cramer.

Calculemos el determinante de la matriz de coeficientes,

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -4 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -4 + 8 + 6 + 4 - 12 - 4 = 18 - 20 = -2 \neq 0$$

Aplicando la regla de Cramer,

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix}}{-2} = \frac{-6 + 3 + 2 - 6}{-2} = \frac{5 - 12}{-2} = \frac{-7}{-2} = \frac{7}{2}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -4 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix}}{-2} = \frac{4 + 6 - 2 - 12}{-2} = \frac{10 - 14}{-2} = \frac{-4}{-2} = 2$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 & 3 \\ -4 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix}}{-2} = \frac{4 - 24 - 12 + 12}{-2} = \frac{-20}{-2} = 10$$

La solución del sistema es:
$$\begin{cases} x = \frac{7}{2} \\ y = 2 \\ z = 10 \end{cases}$$