

Problema 7. Una empresa tiene 3 máquinas de fabricación de latas de refresco. El 10'25% de las latas que fabrica la empresa son defectuosas. El 30% de las latas las fabrica en la primera máquina, siendo el 10% defectuosas. El 25% de las latas las fabrica en la segunda máquina, siendo el 5% defectuosas. El resto de las latas las fabrica en la tercera máquina.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que una lata fabricada por la tercera máquina sea defectuosa? (4 puntos)
- b) Si se escoge una lata al azar y no es defectuosa, ¿Cuál es la probabilidad de que proceda de la primera máquina? (3 puntos)
- c) Si se escoge una lata al azar y es defectuosa ¿Cuál es la probabilidad de que no haya sido fabricada en la segunda máquina? (3 puntos)

Los resultados han de expresarse en forma de fracción o en forma decimal con cuatro decimales de aproximación.

Solución:

Utilizamos los siguientes sucesos:

M_1 = lata fabricada por la 1ª máquina

M_2 = lata fabricada por la 2ª máquina

M_3 = lata fabricada por la 3ª máquina

B = lata buena

\bar{B} = lata defectuosa

De los datos del problema:

La máquina M_1 fabrica el 30% de las latas $\rightarrow P(M_1) = 0'30$.

La máquina M_2 fabrica el 25% de las latas $\rightarrow P(M_2) = 0'25$.

Y el resto ($100 - 30 - 25 = 45$) lo fabrica la máquina M_3 $\rightarrow P(M_3) = 0'45$.

En M_1 el 10% de las latas fabricadas son defectuosas $\rightarrow P(\bar{B}) = 0'10$ y $P(B) = 1 - 0'10 = 0'90$

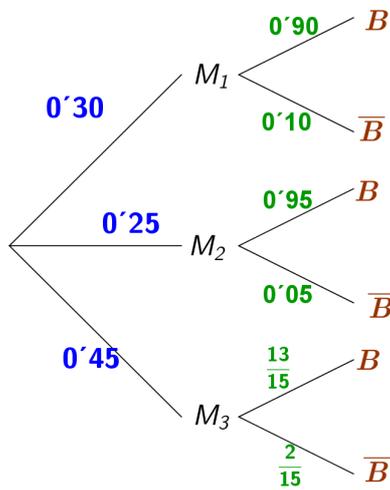
En M_2 el 5% de las latas fabricadas son defectuosas $\rightarrow P(\bar{B}) = 0'05$ y $P(B) = 1 - 0'05 = 0'95$

En M_3 $\rightarrow P(\bar{B}) = x$ y $P(B) = 1 - x$

El 10'25% de las latas que fabrica la empresa son defectuosas $\rightarrow P(\bar{B}) = 0'1025$

El árbol del problema es:

$P(\bar{B}) = 0'1025$ y del árbol
 $P(\bar{B}) = 0'30 \cdot 0'10 + 0'25 \cdot 0'05 + 0'45 \cdot x = 0'0425 + 0'45 \cdot x$
 Por tanto: $0'0425 + 0'45 x = 0'1025$;
 $0'45 x = 0'1025 - 0'0425$; $0'45 x = 0'06$
 $x = \frac{0'06}{0,45} = \frac{2}{15}$ y $1 - x = 1 - \frac{2}{15} = \frac{13}{15}$
 Entonces el árbol queda:



a) Probabilidad de que una lata fabricada por la tercera máquina sea defectuosa.

La probabilidad pedida es $P(\bar{B}/M_3)$

$$P(\bar{B}/M_3) = \frac{P(\bar{B} \cap M_3)}{P(M_3)} = \frac{0.45 \cdot \frac{2}{15}}{0.45} = \frac{2}{15} \cong 0.1333.$$

b) Si se escoge una lata al azar y no es defectuosa, ¿Cuál es la probabilidad de que proceda de la primera máquina?

La probabilidad pedida es $P(M_1/B)$

$$P(M_1/B) = \frac{P(M_1 \cap B)}{P(B)} = \frac{0.30 \cdot 0.90}{1 - P(\bar{B})} = \frac{0.27}{1 - 0.1025} = \frac{108}{359} \cong 0.3008.$$

c) Si se escoge una lata al azar y es defectuosa ¿Cuál es la probabilidad de que no haya sido fabricada en la segunda máquina?

La probabilidad pedida es $P(M_1/\bar{B}) + P(M_3/\bar{B})$

$$P(M_1/\bar{B}) + P(M_3/\bar{B}) = \frac{P(M_1 \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} + \frac{P(M_3 \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{0.30 \cdot 0.10}{0.1025} + \frac{0.45 \cdot \frac{2}{15}}{0.1025} = \frac{36}{41} \cong 0.8780.$$