

3.1 Se consideran los puntos del espacio $A(0, -1, 0)$ y $B(1, 0, 1)$ y el vector $v = (2, -1, 1)$. Se pide

3.1.1 (0.75 puntos) Encontrar una ecuación del plano π que es perpendicular a v y pasa por A .

3.1.2 (0.75 puntos) Encontrar una ecuación de la recta que es perpendicular a π y pasa por B .

3.1.3 (0.75 puntos) Encontrar el punto C del plano π que está más cerca de B .

3.1.4 (0.25 puntos) Calcular la distancia del punto B al plano π .

Solución:

3.1.1 ¿Plano π ? / $\pi \perp v$ y $A \in \pi$

Representamos por $\vec{n}_\pi$ el vector perpendicular al plano π .

Como $\pi \perp v \rightarrow \vec{n}_\pi = v = (2, -1, 1)$

La ecuación del plano π será: $2x - y + z + D = 0$

Como el punto $A(0, -1, 0) \in \pi \rightarrow 2 \cdot 0 - (-1) + 0 + D = 0; 1 + D = 0; D = -1$

Luego $\pi: 2x - y + z - 1 = 0$

Solución: la ecuación del plano π pedido es $2x - y + z - 1 = 0$.

3.1.2 ¿recta r ? / $r \perp \pi$ y $B \in r$.

Como $r \perp \pi \rightarrow \vec{v}_r = \vec{n}_\pi = (2, -1, 1)$

De la recta r conocemos $\begin{cases} \text{punto } B(1, 0, 1) \\ \text{vector director } \vec{v}_r = (2, -1, 1) \end{cases}$

su ecuación paramétrica será $r: \begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = -\lambda \\ z = 1 + \lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$

Solución: una ecuación de la recta r es $\begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = -\lambda \\ z = 1 + \lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}.$

3.1.3 ¿Punto C del plano π que está más cerca de B ?

En primer lugar ¿ $B \in \pi$?, ¿ $2 \cdot 1 - 0 + 1 - 1 = 0$?, ¿ $2 = 0$? No, luego $B \notin \pi$ (el punto C no es B)

El punto del plano π más cercano a B será el punto de corte de la recta r , del apartado anterior, con π

Corte entre r y π :

Sustituyendo los valores de x, y, z de la recta en la ecuación del plano,

$$2(1 + 2\lambda) - (-\lambda) + 1 + \lambda - 1 = 0; \quad 2 + 4\lambda + \lambda + 1 + \lambda - 1 = 0; \quad 6\lambda + 2 = 0; \quad 6\lambda = -2; \quad \lambda = \frac{-2}{6} = \frac{-1}{3}$$

$$\text{El punto de corte será, } \begin{cases} x = 1 + 2 \frac{-1}{3} = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \\ y = -\frac{-1}{3} = \frac{1}{3} \\ z = 1 + \frac{-1}{3} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \end{cases} \rightarrow C\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$$

Solución: el punto C del plano π que está más cerca de B es $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$.

3.1.4 ¿ $d(B, \pi)$? $B = (1, 0, 1)$ y $\pi: 2x - y + z - 1 = 0$.

$$d(B, \pi) = \frac{|2 \cdot 1 - 0 + 1 - 1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 1^2}} = \frac{|2|}{\sqrt{6}} = \frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{3} \cong 0.8165$$

Solución: $d(B, \pi) = \frac{\sqrt{6}}{3} \text{ u.l.} \cong 0.8165 \text{ u.l.}$