

4.1 Un brote de gripe se propaga a lo largo de unos días. El coeficiente de gravedad de la gripe t días después de iniciarse el brote viene dado por una función $F(t)$ cuya derivada es $F'(t) = t^2 (10 - t)$. Se pide:

4.1.1 (1.25 puntos) Calcular la función $F(t)$ sabiendo que en $t = 0$ el coeficiente de gravedad es 6.

4.1.2 (1.25 puntos) Calcular cuántos días después de iniciarse el brote se alcanza el valor máximo del coeficiente y cuál es dicho número.

Solución:

$$F'(t) = t^2 (10 - t), \quad t = \text{número de días después de iniciarse el brote } (t \geq 0)$$

4.1.1 ¿ $F(t)$? / $F(0) = 6$,

$$F'(t) = 10t^2 - t^3 \rightarrow F(t) = \int (10t^2 - t^3) dt = 10 \frac{t^3}{3} - \frac{t^4}{4} + C$$

$$\text{Como } F(0) = 6; \quad 10 \frac{0^3}{3} - \frac{0^4}{4} + C = 6; \quad C = 6$$

$$\text{Luego, } F(t) = 10 \frac{t^3}{3} - \frac{t^4}{4} + 6.$$

4.1.2 ¿máximo de $F(t)$?

$$F'(t) = 10t^2 - t^3; \quad 10t^2 - t^3 = 0; \quad t^2(10 - t) = 0 \quad \begin{cases} t^2 = 0; & t = 0 \\ 10 - t = 0; & t = 10 \end{cases}$$

Estudiemos el signo de $F'(t)$ en los intervalos $(0, 10)$ y $(10, +\infty)$

$$t = 5, \quad F'(5) = 10 \cdot 5^2 - 5^3 = 125 > 0$$

$$t = 15, \quad F'(15) = 10 \cdot 15^2 - 15^3 = -1125 < 0$$

En $t = 10$ hay un máximo local y como $F(t)$ a la izquierda de 10 es creciente y a la derecha decreciente, este máximo local es el absoluto.

$$\text{Para } t = 10, \quad F(10) = 10 \frac{10^3}{3} - \frac{10^4}{4} + 6 = \frac{2518}{3} \cong 839'3333.$$

Por tanto, **10 días después de iniciarse el brote se alcanza el máximo del coeficiente de gravedad de la gripe que es 839'3333.**