

EJERCICIO A

PROBLEMA 3. La tabla siguiente muestra las alturas (en metros) y los pesos (en kilos) de un grupo de 8 empleados de una empresa:

Altura	1,75	1,58	1,80	1,50	1,65	1,75	1,85	1,63
Peso	78	75	90	68	78	84	89	80

Las variables altura y peso están fuertemente correlacionadas, siendo su coeficiente de correlación 0,9197.

a) Estimar, mediante regresión lineal, el peso de un empleado que mida 1,72 metros (1,7 puntos).

b) Estimar, mediante regresión lineal, la altura de un empleado que pese 80 kilos (1,6 puntos).

Solución:

Obtengamos la tabla de valores que permitirá calcular los parámetros de los apartados a) y b)

Llamamos $x = \text{altura}$ $y = \text{peso}$

x	y	x^2	y^2	$x y$
1,75	78	3,0625	6084	136,5
1,58	75	2,4964	5625	118,5
1,80	90	3,24	8100	162
1,50	68	2,25	4624	102
1,65	78	2,7225	6084	128,7
1,75	84	3,0625	7056	147
1,85	89	3,4225	7921	164,65
1,63	80	2,6569	6400	130,4
13,51	642	23	51894	1089,75

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{13,51}{8} = 1,68875 \quad \bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{642}{8} = 80,25$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{23}{8} - \bar{x}^2} = 0,11084 \quad \sigma_y = \sqrt{\frac{\sum y_i^2}{n} - \bar{y}^2} = \sqrt{\frac{51894}{8} - \bar{y}^2} = 6,83283$$

$$\rho = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} \quad \sigma_{xy} = \frac{\sum x_i y_i}{n} - \bar{x} \bar{y} = \frac{1089,75}{8} - \bar{x} \bar{y} = 0,69653 \quad \rho = \frac{0,69653}{0,11084 \cdot 6,83283} = 0,91972$$

Como el coeficiente de correlación es 0,91972 la correlación entre ambas variables es muy fuerte y positiva, luego las rectas de regresión sirven para estimar alturas o pesos siempre que el dato del que partamos este cercano o en el rango de los valores de la variable estudiada.

a) La altura (x) 1,72 m está en el rango de los valores de la altura estudiados (1,50 – 1,85), usamos la recta de regresión de y sobre x para estimar el peso que le corresponda,

$$y - \bar{y} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2} (x - \bar{x}) \rightarrow y - 80,25 = \frac{0,69653}{0,11084^2} (x - 1,68875)$$

$$\text{Para } x = 1,72 \rightarrow y - 80,25 = 56,6959 (1,72 - 1,68875) \rightarrow \hat{y} = 82,02$$

b) El peso (y) 80 Kg está en el rango de los valores de los pesos estudiados (68 – 89), usamos la recta de regresión de x sobre y para estimar la altura que le corresponda,

$$x - \bar{x} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_y^2} (y - \bar{y}) \rightarrow x - 1,68875 = \frac{0,69653}{6,83283^2} (x - 80,25)$$

$$\text{Para } y = 80 \rightarrow x - 1,68875 = 0,0149 (x - 80,25) \rightarrow \hat{x} = 1,69$$