EJERCICIO A

PROBLEMA 3. Dadas las curvas $y = (x - 1)^3$, $y = 5 - x^2$ calcular razonadamente:
a) Su punto de corte *(1,1 puntos)*. b) El área encerrada por ellas y el eje OY *(2,2 puntos)*.

Solución:
a) Calculamos el punto de corte resolviendo la ecuación $(x - 1)^3 = 5 - x^2$
$x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 5 - x^2$
$x^3 - 2x^2 + 3x - 6 = 0$; *buscamos soluciones por Ruffini*

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & -2 & 3 & -6 \\ 2 & & 2 & 0 & 6 \\ \hline & 1 & 0 & 3 & |0 \end{array}$$

Una solución $x = 2$
Resolvemos $x^2 + 3 = 0$; $x^2 = -3$ *No tiene soluciones reales*

Ambas curvas se cortan en el punto de abcisa $x = 2$
$y = 5 - 2^2 = 1$; *el punto de corte de las curvas es* $(2 , 1)$

b) Para calcular el área pedida hacemos una representación gráfica aproximada,
$y = (x - 1)^3$ *es una cúbica e* $y = 5 - x^2$ *es una parábola, ambas sencillas, ambas pasan por (2,1)*

$y = (x-1)^3$

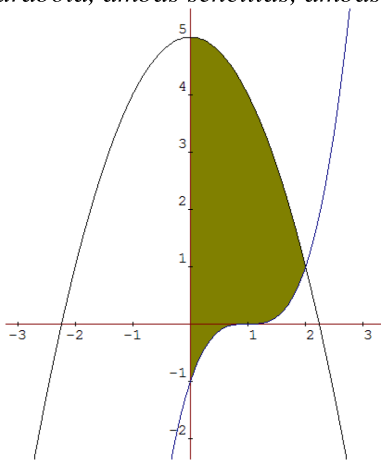
x	y
0	-1
1	0

$y = 5 - x^2$

x	y
$\sqrt{5}$	0
0	5
$-\sqrt{5}$	0

El área a calcular es la zona pintada del gráfico:

El cálculo mediante la integral definida entre 0 y 2 de la parábola menos la cúbica.



$$A = \int_0^2 \left[\left(5 - x^2\right) - (x-1)^3\right]dx = \int_0^2 \left[\left(5 - x^2\right) - \left(x^3 - 3x^2 + 3x - 1\right)\right]dx = \int_0^2 \left[5 - x^2 - x^3 + 3x^2 - 3x + 1\right]dx =$$

$$= \int_0^2 \left[-x^3 + 2x^2 - 3x + 6\right]dx = \left[\frac{-x^4}{4} + \frac{2x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 6x\right]_0^2 = \frac{-16}{4} + \frac{16}{3} - \frac{12}{2} + 12 = -4 + \frac{16}{3} - 6 + 12 = \frac{16}{3} + 2 =$$

$$= \frac{22}{3} \ u.a.$$