

EJERCICIO A

PROBLEMA 4.2. Cien alumnos prepararon un examen de matemáticas. Se representa por x el número de problemas hecho por cada alumno en la preparación y por y la calificación obtenida. Sabiendo que las medias aritméticas de esas variables fueron: $\bar{x} = 9,2$ e $\bar{y} = 7,5$, que el coeficiente de correlación entre esas variables fue 0,7 y que la desviación típica de la variable y fue el doble que la de la variable x , se pide obtener, razonadamente:

- Las ecuaciones de las rectas de regresión de y sobre x y de x sobre y (2 puntos).
- La calificación que la adecuada recta de regresión predice para un alumno que sólo hizo 6 problemas durante la preparación del examen (1,3 puntos).

Solución:

a) Los datos del problema son,

$$x = n^{\circ} \text{ de problemas} \quad y = \text{calificación obtenida}$$

$$\bar{x} = 9,2 \quad \bar{y} = 7,5 \quad \rho = 0,7 \quad \sigma_y = 2 \sigma_x$$

Sabemos que $\rho = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}$ y que la recta de regresión de y sobre x es $y - \bar{y} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2} (x - \bar{x})$

$$\frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_x} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \frac{\sigma_y}{2}} = 2 \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} = 2 \cdot 0,7 = 1,4$$

La recta de regresión de y sobre x será: $y - 7,5 = 1,4 (x - 9,2)$

La recta de regresión de x sobre y es $x - \bar{x} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_y^2} (y - \bar{y})$

$$\frac{\sigma_{xy}}{\sigma_y^2} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_y \sigma_y} = \frac{\sigma_{xy}}{2\sigma_x \sigma_y} = \frac{1}{2} \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{1}{2} 0,7 = 0,35$$

La recta de regresión de x sobre y será: $x - 9,2 = 0,35 (y - 7,5)$

b) Un alumno hizo 6 problemas, conocemos el valor de $x = 6$, obtendremos su calificación utilizando la recta de regresión de y sobre x .

$$y - 7,5 = 1,4 (6 - 9,2)$$

$$y - 7,5 = 1,4 (-3,2)$$

$$y - 7,5 = -4,48$$

$$y = 7,5 - 4,48 = 3,02$$

La calificación que cabe esperar para este alumno es 3,02