EJERCICIO B

PROBLEMA 2. Hallar las ecuaciones de los planos que pasan por el punto (-7, 2, -3) y tales que las proyecciones perpendiculares del origen sobre dichos planos son puntos de la recta (x,y,z)=(0,4,1)+t(1,0,0) (*3,3 puntos*).

Solución:

Los datos del problema son: recta r: (x,y,z)=(0,4,1) + t (1,0,0) = (t, 4, 1) y el punto Q(-7, 2, -3)

Llamamos π a los planos buscados.

Las proyecciones perpendiculares del origen sobre π son puntos de la recta r, serán de la forma P(t, 4, 1)

Consideramos los vectores: PQ (t + 7, 2, 4) y OP (t, 4, 1)

PQ es un vector contenido en el plano π y OP es perpendicular a π, luego PQ . OP = 0

$(t + 7, 2, 4) \cdot (t, 4, 1) = 0;\quad t^2 + 7t + 8 + 4 = 0;\quad t^2 + 7t + 12 = 0;\quad t = \dfrac{-7 \pm \sqrt{49-48}}{2} = \dfrac{-7 \pm 1}{2} = \left\langle \begin{array}{l} t_1 = -3 \\ t_2 = -4 \end{array} \right.$

Para t = -3,	*OP = (-3, 4, 1) y OP es perpendicular a π, la ecuación de π será: - 3 x + 4 y + z = D* *como el punto Q es de π, - 3 (-7) + 4 . 2 – 3 = D; 21 + 8 – 3 = D; D = 26* *La ecuación de π es: - 3 x + 4 y + z = 26*
Para t = -4,	*OP = (-4, 4, 1) y OP es perpendicular a π, la ecuación de π será: - 4 x + 4 y + z = D* *como el punto Q es de π, - 4 (-7) + 4 . 2 – 3 = D; 28 + 8 – 3 = D; D = 33* *La ecuación de π es: - 4 x + 4 y + z = 33*

Las ecuaciones de los planos pedidos son: $\pi_1 : 3x - 4y - z + 26 = 0$ *y* $\pi_2 : 4x - 4y - z + 33 = 0$