

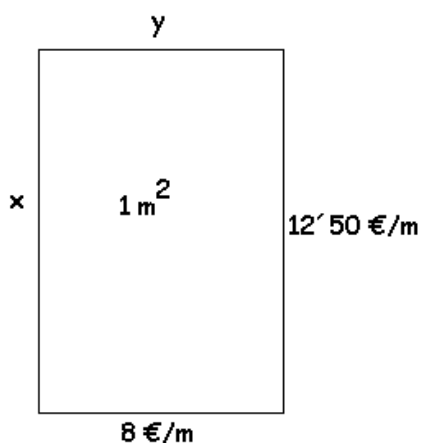
EJERCICIO B

PROBLEMA 4. El coste del marco de una ventana rectangular es 12,50 € por metro lineal de los lados verticales y 8 € por metro lineal de los lados horizontales.

- a) Calcular razonadamente las dimensiones que debe tener el marco de una ventana de 1 m^2 de superficie para que resulte lo más económico posible (2,3 puntos).
 b) Calcular, además el coste de ese marco más económico posible considerado en a) (1 punto).

Solución:

a)



Los datos iniciales del problema podemos representarlos mediante la figura de la izquierda.

Llamando C al coste del marco de la ventana, éste se obtendrá:

$$C = 12'5 \cdot 2x + 8 \cdot 2y \quad (x \text{ longitud vertical e } y \text{ longitud horizontal en m.})$$

$$C = 25x + 16y$$

Como la superficie de la ventana debe ser de 1 m^2 ,

$$xy = 1 \rightarrow y = \frac{1}{x} \Rightarrow C = 25x + \frac{16}{x}$$

Busquemos el valor de x para el que sale un coste mínimo.

$$C' = 25 - \frac{16}{x^2}$$

$$25 - \frac{16}{x^2} = 0 \rightarrow 25x^2 = 16 \rightarrow x^2 = \frac{16}{25} \rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{16}{25}}$$

La solución negativa no tiene sentido, ya que x es la longitud de un lado

$$x = \sqrt{\frac{16}{25}} = 0'8$$

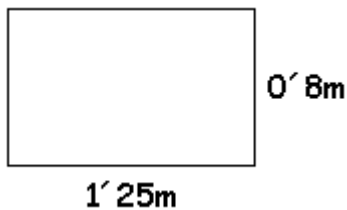
$$C'' = \frac{32}{x^3}$$

Para $x = 0'8$, $C'' > 0$, luego en $x = 0'8$ hay un mínimo.

Para $x = 0'8$ $y = 1'25$

Para que el marco resulte lo más económico posible debe tener $0'8 \text{ m}$ de lado vertical y $1'25 \text{ m}$ de lado horizontal.

La solución es una ventana de la forma



b)

El coste del marco obtenido en el apartado anterior será: $C = 25 \cdot 0'8 + 16 \cdot 1'25 = 40$, es decir, 40 €.