

Problema 4.2. Hallar las dimensiones del cartel de área máxima con forma de rectángulo que tiene dos vértices sujetos a una estructura rígida parabólica de ecuación $y = 12 - x^2$, y los otros dos vértices están situados sobre el eje OX . (3,3 puntos).

Solución:

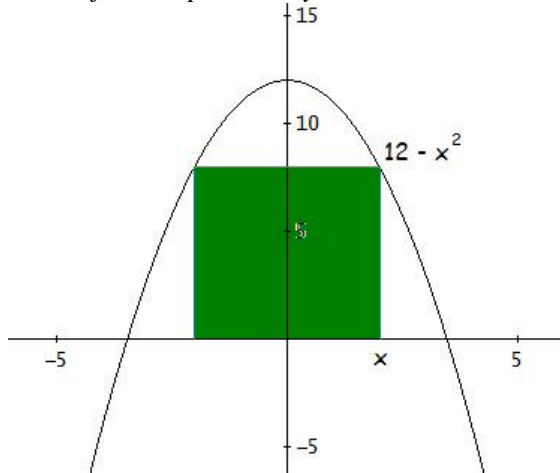
Para representar la parábola $y = 12 - x^2$ efectuamos los siguientes cálculos,

para $x = 0$, $y = 12$

para $y = 0$, $12 - x^2 = 0$; $12 = x^2$; $x = \pm\sqrt{12} \approx \pm 3,46$

vértice $(0, 12)$

El dibujo de la parábola y el cartel sería,



El área del rectángulo será: $A(x) = 2x(12 - x^2) = 24x - 2x^3$

Busquemos el máximo.

$$A'(x) = 24 - 6x^2$$

$24 - 6x^2 = 0$; $6x^2 = 24$; $x^2 = 4$; $x = \pm 2$; $x = -2$ no es válida, por definición x debe ser positivo.

Veamos si $x = 2$ es máximo

$$A''(x) = -12x$$

$$A''(2) = -12 \cdot 2 = -24 < 0 \text{ luego máximo.}$$

Las dimensiones del cartel serán:

$$\text{base} = 2 \cdot 2 = 4 \text{ u. l.}$$

$$\text{altura} = 12 - 2^2 = 12 - 4 = 8 \text{ u. l.}$$