

**Problema 4.2.** Un proveedor vende un producto a un comerciante al precio de 300 euros la unidad. El comerciante incrementa la cantidad de 300 euros e un 40% para obtener el precio de venta al público. El comerciante sabe que a ese precio venderá 50 unidades cada mes y que durante el mes de rebajas por cada 3 euros de reducción en el precio de venta de la unidad conseguirá un incremento de ventas de 5 unidades. Se pide determinar, razonadamente, el número de unidades que debe pedir al proveedor para venderlas en el mes de rebajas y el precio de venta de cada unidad, para maximizar sus beneficios durante ese periodo. (2 puntos por obtener el número de unidades y 1,3 puntos por el precio de venta).

*Solución:*

*Precio de compra: 300€/unidad*

*Precio de venta:  $300 + 40\% \cdot 300 = 420$  €/unidad*

*A 20 €/unidad vende 50 unidades/mes*

*Por cada 3€ de rebaja incrementa las ventas en 5 unidades. Llamando  $x = n^\circ$  de veces que aplica la rebaja de 3€,  $x$  es un número natural.*

*Entonces, del enunciado del ejercicio deducimos, a  $(420 - 3x)$  €/unidad vende  $(50 + 5x)$  unidades/mes.*

*Quiere maximizar los beneficios,  $B$ .*

*$B = \text{beneficio\_unitario} \times \text{unidades\_vendidas}$*

*siendo  $\text{beneficio\_unitario} = \text{precio\_venta} - \text{precio\_compra}$ , luego*

$$B = [(420 - 3x) - 300] (50 + 5x) = (120 - 3x) (50 + 5x) = 6000 + 600x - 150x - 15x^2 = -15x^2 + 450x + 6000$$

*Veamos el dominio de esta función,  $B$ . Las expresiones iniciales en que intervienen  $x$  son  $\text{precio\_venta} = 420 - 3x$  y  $\text{unidades\_a\_vender} = 50 + 5x$*

*Evidentemente, para obtener beneficios, el precio de venta debe ser superior al precio de compra. Por lo tanto,*

$$420 - 3x > 300; \quad 420 - 300 > 3x; \quad 120 > 3x; \quad 40 > x; \quad x < 40$$

*El apartado de número de unidades a vender,  $50 + 5x$ , no aporta ninguna restricción.*

*Luego el dominio de la función  $B$  son los números naturales menores que 40, es decir,  $\text{Dom } B = \{0, 1, \dots, 39\}$*

*Busquemos el máximo de  $B$ .*

$$B' = -30x + 450$$

$$-30x + 450 = 0$$

$$-30x = -450$$

$$x = (-450)/(-30) = 15$$

*Estudiemos el signo  $B'$  a la izquierda y derecha de 15, teniendo en cuenta el dominio de  $B$*

$x$	$B'$
10	$-30 \cdot 10 + 450 = -300 + 450 = 150 > 0$
20	$-30 \cdot 20 + 450 = -600 + 450 = -150 < 0$

*A la izquierda de 15  $B$  es creciente y a la derecha decreciente, en  $x = 15$  hay un mínimo relativo y como el dominio de  $B$  es  $\{0, 1, \dots, 39\}$ , el mínimo es absoluto.*

*Finalmente, las respuestas a las cuestiones planteadas son:*

*Número de unidades que debe pedir,*

$$50 + 5 \cdot 15 = 125, \quad \text{debe pedir 125 unidades.}$$

*Precio de venta de cada unidad,*

$$420 - 3 \cdot 15 = 355, \quad \text{debe vender cada unidad a 375€}$$