

Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas

Problema 7. Una bolsa contiene dos monedas que llamamos M_1 y M_2 . La moneda M_1 es una moneda trucada que tiene impresa una cara en uno de sus lados y una cruz en el otro. La probabilidad de obtener cara con la moneda M_1 es de $0'6$. La moneda M_2 tiene una cara impresa en ambos lados.

- a) Escogemos una moneda al azar de la bolsa, la lanzamos, anotamos el resultado y la devolvemos a la bolsa. Repetimos esta acción tres veces.
 - a. ¿Cuál es la probabilidad de haber obtenido tres caras? (3 puntos)
 - b. ¿Cuál es la probabilidad de haber obtenido exactamente una cruz? (3 puntos)
- b) Se elige al azar una moneda de la bolsa y se lanza dos veces observándose dos caras. Calcular la probabilidad de que la moneda seleccionada sea la moneda M_1 . Responder a la misma pregunta para la moneda M_2 . (4 puntos)

Solución:

Utilizamos los siguientes sucesos:

CM_1 = obtener cara en la moneda M_1 .

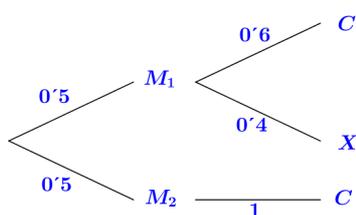
XM_1 = obtener cruz en la moneda M_1

CM_2 = obtener cara en la moneda M_2 .

XM_2 = obtener cruz en la moneda M_2

De los datos del problema, $P(CM_1)=0'6 \rightarrow P(XM_1)=1-0'6=0'4$; $P(CM_2)=1 \rightarrow P(XM_2)=0$.

Experiencia: sacamos al azar una moneda de la bolsa que contiene las dos monedas M_1 y M_2 (las dos monedas tienen la misma probabilidad de ser extraídas), la lanzamos, anotamos el resultado y la devolvemos a la bolsa. El árbol sería:



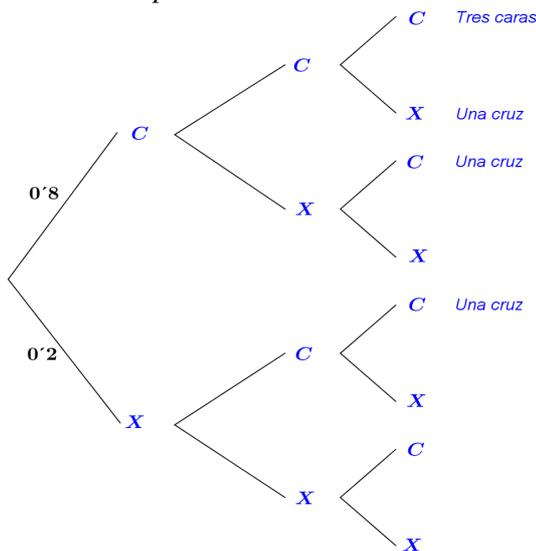
La probabilidad de obtener cara o cruz sería:

$$P(C) = 0'5 \cdot 0'6 + 0'5 \cdot 1 = 0'8$$

$$P(X) = 0'5 \cdot 0'4 = 0'2$$

- a) Repetimos la experiencia anterior tres veces.

El árbol del problema es:



Las probabilidades pedidas son:

$$P(\text{obtener tres caras}) = 0'8 \cdot 0'8 \cdot 0'8 = 0'512$$

$$P(\text{obtener una cruz}) = 3 \cdot 0'8 \cdot 0'8 \cdot 0'2 = 0'384$$

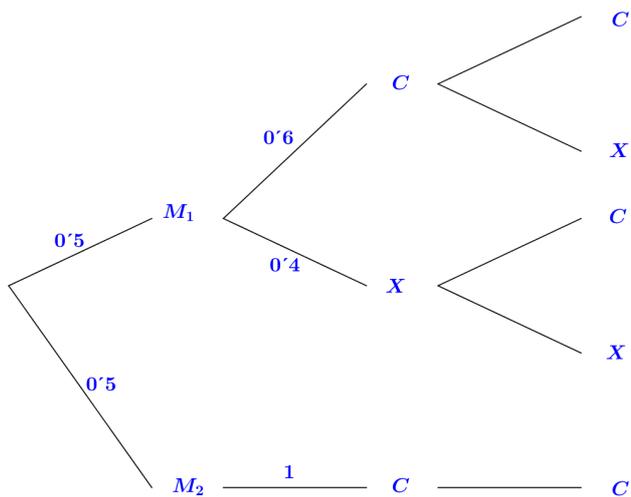
Otra forma de resolverlo sería: consideramos Y = número de cruces en tres lanzamientos $\rightarrow Y = B(3, 0'2)$ y usando la tabla de la binomial correspondiente,

$$P(\text{obtener tres caras}) = P(Y = 0) = 0'512$$

$$P(\text{obtener una cruz}) = P(Y = 1) = P(Y \leq 1) - P(Y \leq 0) = 0'896 - 0'512 = 0'384.$$

b) Se elige al azar una moneda de la bolsa y se lanza dos veces.

El árbol del problema es:



Las probabilidades pedidas son:

$$P\left(\frac{M_1}{2 \text{ caras}}\right) = \frac{P(M_1 \cap 2 \text{ caras})}{P(2 \text{ caras})} = \frac{0.5 \cdot 0.6 \cdot 0.6}{0.5 \cdot 0.6 \cdot 0.6 + 0.5 \cdot 1 \cdot 1} = \frac{0.18}{0.68} = \frac{9}{34} \cong 0.2647$$

$$P\left(\frac{M_2}{2 \text{ caras}}\right) = \frac{P(M_2 \cap 2 \text{ caras})}{P(2 \text{ caras})} = \frac{0.5 \cdot 1 \cdot 1}{0.68} = \frac{25}{34} \cong 0.7353$$