4.1 Responda a todos los subapartados siguientes:
Se dan las funciones polinómicas $f(x) = -x^2 + x + 2$ y $g(x) = x^2 - b$, siendo b un parámetro real.
Obtener:

4.1.1 **(1.25 puntos)** El valor de b para que uno de los puntos de intersección de las curvas $y = -x^2 + x + 2$ e $y = x^2 - b$ sea el punto P = (– 1 , 0). Un esquema de las curvas $y = -x^2 + x + 2$ e $y = x^2 - 1$.

4.1.2 **(1.25 puntos)** El área de la superficie finita encerrada entre las curvas $y = -x^2 + x + 2$ e $y = x^2 - 1$.

Solución:
4.1.1) ¿b? / uno de los puntos de intersección de las curvas sea (– 1 , 0).

Los puntos de intersección de las dos curvas lo obtenemos a partir de la ecuación:
$-x^2 + x + 2 = x^2 - b;$
Como P (– 1 , 0) es de intersección de ambas curvas la ecuación anterior se cumple para $x = -1$
Por tanto: $-(-1)^2 + (-1) + 2 = (-1)^2 - b; \quad -1 - 1 + 2 = 1 - b; \quad 0 = 1 - b; \quad b = 1$

Para que uno de los puntos de intersección de las curvas sea (– 1 , 0) debe ser b = 1.

Un esquema de las curvas $y = -x^2 + x + 2$ *e* $y = x^2 - 1$
Ambas curvas corresponden a polinomios de 2º grado, gráficamente son parábolas.
De lo resuelto anteriormente sabemos que ambas curvas pasan por el punto (– 1 , 0).
Obtengamos otros puntos para representarlas.

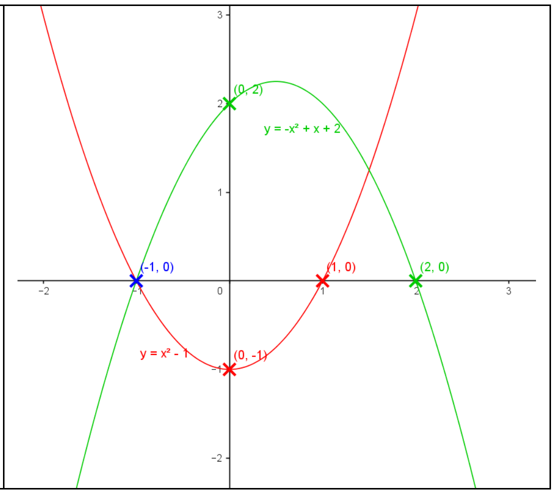
x	$y = x^2 - 1$
-1	0
0	-1
1	0

$y = -x^2 + x + 2$

$x = 0; \quad y = 2$

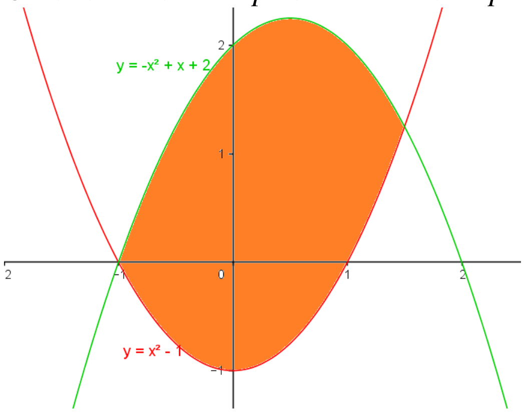
$$y = 0; \quad -x^2 + x + 2 = 0; \quad x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 2}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-1 \pm 3}{-2} = \begin{cases} x_1 = \dfrac{-1+3}{-2} = -1 \\ x_2 = \dfrac{-1-3}{-2} = 2 \end{cases}$$

Marcando los puntos obtenidos, la representación de ambas curvas es:



d) El área de la superficie finita encerrada entre las curvas $y = -x^2 + x + 2$ *e* $y = x^2 - 1$.

Considerando la representación del apartado anterior, el área a calcular es:



Obtengamos las abcisas de los puntos de corte entre ambas:

$$-x^2 + x + 2 = x^2 - 1; \quad -2x^2 + x + 3 = 0; \quad x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4\cdot(-2)\cdot 3}}{2\cdot(-2)} = \frac{-1 \pm 5}{-4} = \left\langle \begin{array}{l} x_1 = \dfrac{-1+5}{-4} = -1 \\ x_2 = \dfrac{-1-5}{-4} = \dfrac{3}{2} \end{array} \right.$$

Y el cálculo de esta área es:

$$\int_{-1}^{3/2} \left[\left(-x^2 + x + 2\right) - \left(x^2 - 1\right)\right] dx = \int_{-1}^{3/2} \left(-2x^2 + x + 3\right) dx = \left[-\frac{2x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 3x\right]_{-1}^{3/2} =$$

$$= \left(-\frac{2\left(\frac{3}{2}\right)^3}{3} + \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^2}{2} + 3\left(\frac{3}{2}\right)\right) - \left(-\frac{2(-1)^3}{3} + \frac{(-1)^2}{2} + 3(-1)\right) = \left(-\frac{9}{4} + \frac{9}{8} + \frac{9}{2}\right) - \left(-\frac{2}{3} + \frac{1}{2} - 3\right) = \frac{27}{8} - \left(-\frac{11}{6}\right) =$$

$$= \frac{125}{24} \cong 5'2083$$

El área pedida mide $\frac{125}{24}$ ***u.a.***