

2.2 Dadas las matrices

2.2.1 **(1 punto)** Discutir el sistema de ecuaciones $Ax = b$ en función del parámetro real m .

2.2.2 **(0.75 puntos)** Calcular, si existe, la solución para $m = 0$.

2.2.3 **(0.75 puntos)** Hallar la solución en el caso en que el sistema tenga infinitas soluciones.

Solución:

2.2.1 Discutir el sistema de ecuaciones $Ax = b$ en función del parámetro real m .

La matriz ampliada del sistema será:

A es 3×3 luego el máximo rango de A es 3. A' es 3×4 , el máximo rango de A' es 3. Empezamos estudiando el rango de A.

Rango de A en función de m.

Por lo tanto,

Si $m \neq \dots$ y $m \neq 2$, $\text{ran}(A) = 3$ y como el máximo rango de A' es 3 $\rightarrow \text{ran}(A') = 3$, por lo tanto $\text{ran}(A) = \text{ran}(A') = 3 = n^\circ$ de incógnitas \rightarrow Sistema compatible determinado

Si $m = \dots$, $|A| = 0$ (antes hemos obtenido que $\text{ran}(A) \geq 2$), luego $\text{ran}(A) = 2$.

Para este valor de m,

En A' , a partir del menor no nulo de orden 2 de A formamos el menor de orden 3 añadiéndole la 3ª fila y 4ª columna:

Por lo tanto, $\text{ran}(A) = 2 \neq 3 = \text{ran}(A')$ \rightarrow Sistema incompatible.

Si $m = 2$, $|A| = 0$ (antes hemos obtenido que $\text{ran}(A) \geq 2$), luego $\text{ran}(A) = 2$.

Para este valor de m ,

En A' , a partir del menor no nulo de orden 2 de A formamos el menor de orden 3 añadiéndole la 3ª fila y 4ª columna:

Por lo tanto, $\text{ran}(A) = \text{ran}(A') = 2 < n^\circ$ de incógnitas \rightarrow Sistema compatible indeterminado.

Solución:

Si $m \neq \quad$ y $m \neq 2$, sistema compatible determinado.

Si $m = \quad$, sistema incompatible

Si $m = 2$, sistema compatible determinado.

2.2.2 Calcular, si existe, la solución para $m = 0$.

Si $m = 0$ ($m \neq \quad$ y $m \neq 0$) \rightarrow el sistema es compatible y determinado, luego el sistema tiene solución.

Para $m = 0$, \quad y \quad

El sistema a resolver es:

Resolviendo por Cramer,

Si $m = 0$, la solución es:

2.2.3 Hallar la solución en el caso en que el sistema tenga infinitas soluciones.

El sistema tiene infinitas soluciones cuando es compatible indeterminado, es decir, cuando $m = 2$

El sistema a resolver es el correspondiente a las ecuaciones e incógnitas del menor de orden 2 no nulo calculado en el apartado 2.2.1). Es decir, el formado por la 1ª y 2ª ecuaciones y como incógnitas principales x e y .

La segunda ecuación nos da la solución de y , sustituyendo este valor en la 1ª obtendremos x :

$$x - (3 - 2z) = 3 - 2z \rightarrow x = 3 - 2z + 3 - 2z = 6 - 4z$$

La solución es: