4.1 Dadas las funciones $f(x) = x^4 - 7x^2 + 16$ y $g(x) = x^2$, obtener:

4.1.1 **(1.25 puntos)** Los intervalos de crecimiento y decrecimiento y sus máximos y mínimos, si existen. Dibuja $f(x)$.

4.1.2 **(1.5 puntos)** Los puntos de corte entre $f(x)$ y $g(x)$ y el área comprendida entre ambas curvas.

Solución:

4.1.1 Los intervalos de crecimiento y decrecimiento y sus máximos y mínimos.

La función $y = f(x)$ *es un polinomio por lo que* $Dom\ y = \Re$.

$y = x^4 - 7x^2 + 16$

$y' = 4x^3 - 14x; \quad y'' = 12x^2 - 14$

Monotonía.

$y' = 0; \quad 4x^3 - 14x = 0; \quad x(4x^2 - 14) = 0$

Debemos estudiar el signo de y' *en los siguientes intervalos:*

Luego:

Por tanto, $y = f(x)$ *es*

decreciente en *y*

creciente en

Del estudio de la monotonía se deduce que la función tiene un máximo relativo en $x = 0$ *y mínimos relativos en* . *Comprobémoslo a partir de* y''.

Solución: $y = f(x)$ ***es decreciente en*** ***y creciente en***

Tiene mínimo relativo en ***y máximo relativo en*** $(0, 16)$.

Dibujar $f(x)$.

De los cálculos anteriores conocemos los intervalos de crecimiento y decrecimiento, el máximo (que es punto de corte con el eje OY) y mínimos de $f(x)$.

Mínimos: (-1´87 , 3´75) y (1´87 , 3´75). *Máximo: (0 , 16)*

Calculemos, si existen, los puntos de corte con el eje OX.

Representando los datos conocidos:

Y la gráfica de $f(x)$ será:

4.1.2 Los puntos de corte entre $f(x)$ y $g(x)$ y el área comprendida entre ambas curvas.

$f(x) = x^4 - 7x^2 + 16$ y $g(x) = x^2$

Los puntos de corte entre las dos curvas lo obtenemos a partir de la ecuación:

$x^4 - 7x^2 + 16 = x^2$; $x^4 - 8x^2 + 16 = 0$; ecuación bicuadrada, hacemos el cambio $z = x^2$ y $z^2 = x^4$.

Deshaciendo el cambio:

Para $x = -2$, $g(-2) = (-2)^2 = 4 \rightarrow (-2, 4)$

Para $x = 2$, $g(2) = (2)^2 = 4 \rightarrow (2, 4)$

Los puntos de corte entre $f(x)$ y $g(x)$ son $(-2, 4)$ y $(2, 4)$.

Como las dos curvas sólo tienen dos puntos de corte entre ellas, el área de la superficie encerrada entre ellas la obtenemos como sigue:

El área pedida mide u.a.